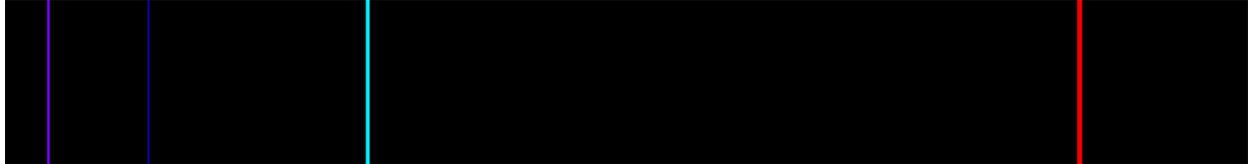


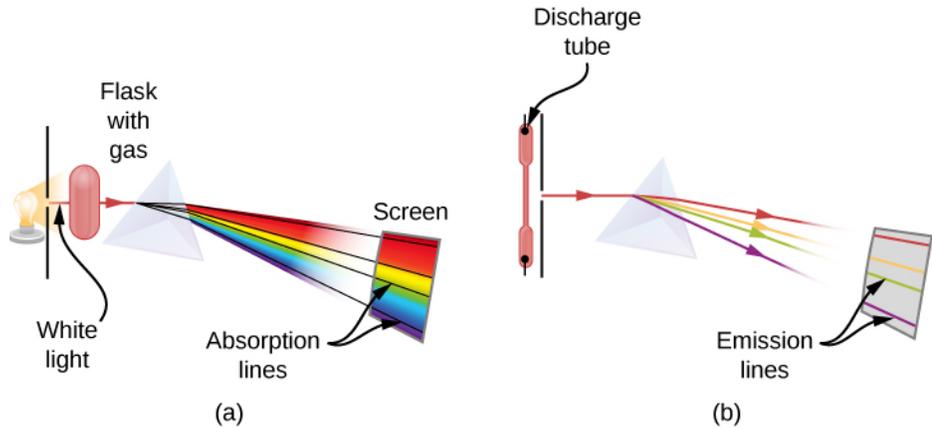
Chapter 4 continued_ The Bohr Theory

نجح بور Bohr في تفسير الطيف الخطي Line Spectrum لذرات الهيدروجين وذلك بوضع فرضية جديدة وهي أن الزخم الدائري مكمم angular momentum is quantized أي يأخذ قيما محددة فقط وليس أي قيمة كما في الفيزياء الكلاسيكية.

يبين الشكل أدناه الطيف المرئي لذرة الهيدروجين وهو يتكون من أربعة خطوط وهذه الخطوط هي جزء من

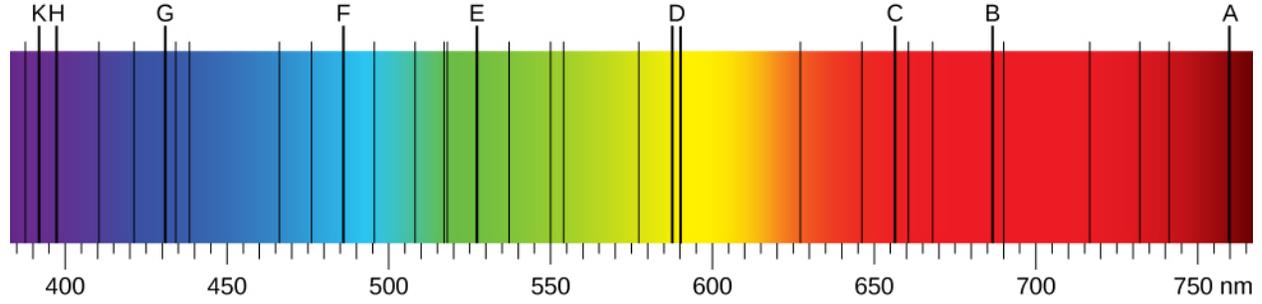


لسلسلة كبيرة من الخطوط تدعى سلسلة بالمر Balmer series ولكن باقي السلسلة يقع في المنطقة فوق البنفسجية كما في الشكل 4.20 وبالتالي لا يمكن رؤيتها بالعين (ولكن بإمكاننا التأكد من وجودها باستعمال أفلام فوتوغرافية حساسة لها). وهذا الطيف الناتج عن الضوء المنبعث من الذرات المثيجة يدعى طيف الانبعاث Emission Spectrum وستقومون بهذه التجربة في المختبر حيث يتم تهيج الذرات عن طريق تمرير تيار كهربائي في أنبوب زجاجي مغلق يحتوي على الغاز المراد دراسته كما في الشكل (b) أدناه. يتم تحليل الطيف إلى أطوال الموجات المختلفة عن طريق تمرير الضوء في منشور أو تمريره في محززة diffraction grating



لنحصل على خطوط الطيف أما إذا استعملنا ضوءا أبيض كالضوء المنبعث من الأجسام السوداء الساخنة جدا فنحصل على طيف متواصل بكافة ألوان الطيف ولكن إذا وضعنا غازا باردا في طريق الضوء الأبيض كما في الشكل (a) أعلاه فتظهر خطوط سوداء في نفس موجات الطيف التي ظهرت في الشكل (b). هذه الخطوط السوداء هي خطوط طيف الامتصاص Absorption Spectrum وتكون دائما متطابقة مع خطوط طيف الانبعاث Emission Spectrum لنفس الغاز، أي أن الذرات تمتص نفس أطوال الأمواج التي تطلقها.

يظهر الشكل أدناه طيف الامتصاص Absorption Spectrum الموجود في الأشعة التي تصلنا من الشمس ومن هذا الطيف نستطيع أن نستنتج نوع الغازات المحيطة بسطح الشمس حيث تمتص ذرات هذه الغازات



أمواج محددة من أشعة الشمس مما يترك فيها خطوطا سوداء كما نرى. وبإمكاننا بنفس الطريقة أن نعرف نوع الغازات المحيطة بأي نجم في الكون. ومن أشهر الخطوط الموجودة في طيف الامتصاص لضوء الشمس Absorption Spectrum of Sun light خطا الصوديوم Sodium D lines المشار لهما بالحرف D واللذان يقعان في منطقة الضوء الأصفر (وهما اللذان يعطيان اللون الأصفر لمصابيح الصوديوم الموجودة في بعض شوارعنا). كان خطا الصوديوم Sodium D lines النقطة الأساسية في تجربة Kirchhoff في العام 1859 التي تظهر في الشكل 4.19 في كتابنا حيث وضع بخار الصوديوم في طريق ضوء الشمس قبل تحليله فوجد أن خطا الصوديوم أصبحا أوضح حيث قامت ذرات الصوديوم بامتصاص ما تبقى من أشعة بهاتين الموجتين وبذلك أثبت وجود ذرات صوديوم في الغلاف الخارجي للشمس الأقل سخونة من سطحها.

كانت نقطة البداية في فهم طيف الهيدروجين حين اكتشف السويسري بالمر Balmer (وكان أستاذ مدرسة) عن طريق التجربة والخطأ أن أطوال أمواج الهيدروجين الأربعة المرئية والتي كان قد قاسها بدقة السويدي أنجستروم تحقق المعادلة 4.88 حيث تتخذ n الأرقام الصحيحة $n = 3, 4, 5, \dots$ وقام بنشر نتائجه في العام 1885 وسرعان ما تم قياس باقي أطوال الأمواج في سلسلته التي تقع في الجزء فوق البنفسجي وكانت مطابقة لمعادلته باستعمال أرقام صحيحة أكبر مما دفعه للتنبؤ بوجود سلاسل أخرى كما في المعادلتين 4.19 و 4.20. وفي الواقع تم اكتشاف عدة سلاسل كما يظهر في الجدول 4.1 ومن الممكن تلخيصها بالمعادلة 4.21 ومن أشهر هذه السلاسل لسلسلة لايمان Lyman series التي تقع بالكامل في الجزء فوق البنفسجي Ultraviolet وسلسلة باشن Paschen التي تقع بالكامل في المنطقة تحت الحمراء Infrared.

في العام 1913 نشر بور Bohr نظريته حول ذرة الهيدروجين المكونة من إلكترون واحد وبروتون واحد حيث هزت هذه النظرية أركان الفيزياء الكلاسيكية وكانت مبنية على الفرضيات assumptions التالية:

1. يدور الإلكترون حول النواة (أي البروتون) في مدار دائري تحت تأثير الجذب الكهربائي (قوة كولوم Coulomb force) أي أنه اعتمد على نموذج رذرفورد Rutherford النووي.
2. هنالك مدارات محددة يستطيع أن يدور فيها الإلكترون دون أن يشع ويخسر طاقته وبالتالي تكون هذه المدارات مستقرة ويكون لكل مدار مستقر طاقة محددة.

3. تطلق الذرة إشعاعا عندما يقفز أو ينتقل الإلكترون من مداره الحالي إلى مدار آخر أقل طاقة منه وتكون طاقة الفوتون الذي تطلقه الذرة مساوية للفرق بين طاقتي المدارين كما في المعادلة 4.23. نلاحظ هنا أنه اعتمد على ما قاله بلانك Planck وأينشتاين Einstein حول وجود الفوتونات وعلاقة طاقتها بذبذبتها كما نلاحظ أنه بهذه الفرضية فسر سبب وجود الأطياف الخطية حيث تكون طاقة كل فوتون تطلقه الذرة محددة بقيم معينة كما في المعادلة 4.23 وبالتالي تكون الذبذبات وأطوال الأمواج محددة بقيم محددة وهي القيم التي تظهر في الطيف الخطي. كما تفسر هذه الفرضية التطابق بين طيف الانبعاث وطيف الامتصاص، حيث تستطيع الذرة ان تمتص فوتون طاقته تساوي الفرق بين طاقتي مدارين لكي يستطيع الإلكترون أن ينتقل من المدار الأقل طاقة منهما إلى المدار الأكثر طاقة.

4. المدارات المستقرة stationary states of the electron هي التي يتخذ فيها الزخم الدوراني للإلكترون angular momentum of the electron قيمة محددة كما في المعادلة 4.24. وهذه فرضية بور Bohr's assumption الجديدة والثورية التي تتناقض مع الميكانيكا الكلاسيكية حيث أدخل مفهوما جديدا وهو تكميم الزخم الدوراني quantization of angular momentum بالإضافة إلى مفهوم تكميم الطاقة quantization of energy الذي أدخله بلانك Planck. نلاحظ هنا أن قيمة تكميم الزخم الدوراني quantization of angular momentum كما في المعادلة 4.24 تعتمد على الثابت $\hbar = h/2\pi$ حيث h هو نفس ثابت بلانك Planck's constant h

الذي استعمله بلانك Planck لتكميم الطاقة quantization of energy مما يدل على أن هذا الثابت h هو أساسي في عملية التكميم quantization .

وباستعمال هذه الفرضيات الأربع نستطيع أن نحصل على طاقات المدارات المستقرة للإلكترون في ذرة الهيدروجين وبالتالي على الطيف الخطي line spectrum لذرة الهيدروجين. ونبدأ بملاحظة أن طاقة الذرة في مدار معين تتكون من طاقة حركة kinetic energy وطاقة وضع electric potential energy ناتجة عن قوة الجذب الكهربائي بين الإلكترون والبروتون كما في المعادلة 4.25. (نلاحظ أننا نقول طاقة الذرة وليس طاقة الإلكترون وحده لأن البروتون يلعب دورا في طاقة الوضع كما يلعب دورا صغيرا في طاقة الحركة كما سنرى لاحقا).

والإن نطبق قانون نيوتن الثاني Newton's Second Law على حركة الإلكترون حيث أنه يتسارع نحو المركز وحاصل ضرب كتلة الإلكترون بهذا التسارع المركزي Centripetal acceleration يجب أن يساوي القوة المتجهة نحو المركز Centripetal force وهي قوة كولوم بينه وبين البروتون فنحصل على المعادلة غير المرقمة التي تلي المعادلة 4.25. ومن هاتين المعادلتين نستطيع التوصل إلى المعادلة 4.26 و بعد ذلك المعادلة 4.27 والتي تظهر أن طاقة الذرة الكلية سالبة مما يدل على أن الإلكترون والبروتون مربوطين ببعضهما bound system وأنا نحتاج إلى طاقة لفصلهما عن بعضهما.

من معادلة 4.24 التي تنص على تكميم الزخم الدوراني quantization of angular momentum نستنتج أن

$$v = n\hbar/rm_e$$

وبتعويض هذه النتيجة في 4.26 نحصل على النتيجة 4.28 والتي تدل على أن الإلكترون يستطيع الدوران فقط في مدارات محددة بأنصاف أقطار محددة حول النواة (وليس أي نصف قطر كما في الميكانيكا الكلاسيكية) كما نرى في الشكل 4.23 ونرى من ذلك أن هذا ناتج عن فرضية تكميم الزخم الدوراني quantization of angular momentum التي أدخلها بور Bohr وأن نصف القطر يحقق المعادلة

$$r_n = a_0 n^2 \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

حيث a_0 هو نصف قطر أصغر مدار للإلكترون r_1 وبالتالي هو نصف قطر الذرة في حالتها العادية وقيمه حسب المعادلة 4.29 هي 0.529 أنجستروم 0.529 \AA وهو ما يتفق مع نصف قطر الذرة الذي كان قد تم قياسه عمليا وهذا ما اعتبر في حينه نصرا لنظرية بور Bohr .

وبتعويض قيمة r_n أعلاه في المعادلة 4.27 نحصل على المعادلة 4.30 التي تعطي القيم المسموح بها لطاقة ذرة الهيدروجين allowed energies of the H atom والتي تعطينا عدديا النتيجة 4.31 وهي أن قيمة طاقة ذرة الهيدروجين المسموح بها هي

$$E_n = -13.6 \text{ eV} / n^2 \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.31)$$

والتي عليكم تذكرها واستعمالها دائما.

نلاحظ أن أصغر طاقة لذرة الهيدروجين هي عندما تكون $n = 1$ حيث تكون الطاقة $E_1 = -13.6 \text{ eV}$ وهذه الحالة تدعى حالة الحضيض ground state وهي التي تكون الذرة فيها مستقرة بينما الحالة التي تليها في الطاقة هي $n = 2$ وتدعى الحالة المثيجة الأولى first excited state وتكون طاقتها

second excited state $n = 3$ ثم تليها الحالة المثيجة الثانية $E_2 = -13.6 \text{ eV} / 2^2 = -3.4 \text{ eV}$

وتكون طاقتها $E_3 = -13.6 \text{ eV} / 3^2 = -1.51 \text{ eV}$ الخ.. كما نرى في الشكل 4.24

وإذا كانت الذرة في حالة مثيجة n_i طاقتها E_i فإنها لا تبقى في تلك الحالة إلا لفترة قصيرة تنتقل بعدها إلى حالة أخرى نهائية n_f ذات طاقة أدنى E_f وتطلق فوتون تكون طاقته مساوية للفرق بين الطائقتين

$$E_\gamma = hf = E_i - E_f$$

وبالتالي تكون ذبذبه كما في المعادلة 4.32 وطول موجته كما في المعادلة 4.33 والتي كما نرى من 4.34 هي العلاقة التي اكتشفها بالمر Balmer بالتجربة وبذلك استطاع بور أن يحصل على قيمة ثابت ريديرغ Rydberg constant الموجود في علاقة بالمر Balmer (المعادلة 4.21).

ملاحظة: لا حاجة لحفظ كل هذه المعادلات، فقط تذكروا المعادلة 4.31.

ونلاحظ من الشكل 4.24 أن الفوتونات الناتجة عن الانتقال من أية حالة عليا إلى الحالة النهائية $n_f = 1$ أي لحالة الحضيض ground state تعطينا سلسلة لايمان Lyman series بينما تلك الناتجة عن الانتقال من أية حالة عليا إلى الحالة النهائية $n_f = 2$ أي للحالة المثيعة الأولى first excited state تعطينا سلسلة بالمر Balmer series وتلك الناتجة عن الانتقال للحالة النهائية $n_f = 3$ أي للحالة المثيعة الثانية Second excited state تعطينا سلسلة باشن Paschen series وهكذا. وبذلك استطاع بور Bohr أن يفسر كامل طيف ذرة الهيدروجين.

وبإمكاننا تطبيق نتائج بور لذرة الهيدروجين على أية أيونات تحتوي على إلكترون واحد مثل He^+ و Li^{++} و Be^{+++} إذا انتبهنا إلى أن شحنة النواة في هذه الحالة هي Z وليس e حيث $Z=2$ للهيليوم و $Z=3$ للليثيوم الخ... وبالتالي إذا عدنا إلى المعادلات التي قمنا باشتقاقها أعلاه واحلنا Z محل e نستنتج أن نصف قطر هذه الأيونات يكون أصغر (يتناسب عكسيا مع Z كما في المعادلة 4.35) بينما تتناسب طاقة المدارات المختلفة طرديا مع Z^2 كما في المعادلة 4.36.

وكتطبيق على هذه النتيجة الأخيرة نحل المثال 4.6 والذي يتعلق بنجم يدعى Zeta Puppis حيث لوحظ أن الضوء المنبعث من هذا النجم يعطي طيفا خطيا شبيها بطيف الهيدروجين كما في علاقة بالمر ولكن باستعمال أنصاف أرقام صحيحة وكما نرى من الحل أن ذلك ناجم عن وجود أيونات الهيليوم He^+ في هذا النجم وهذا يؤدي إلى تناسب طاقات المدارات طرديا مع Z^2 حيث Z تسوي 2.

Example 4.7 an excited H atom (initially at rest) makes a transition from $n=2$ state to $n=1$ state:

a) Find the energy, wavelength and frequency of the emitted photon

لاحظوا أنني بعكس الكتاب لا أستعمل المعادلات المعقدة مثل 4.34 بل استعمل فقط المعادلة 4.31:

$$E_\gamma = \text{Energy of emitted photon} = E_i - E_f = E_2 - E_1 = -3.4 \text{ eV} - (-13.6 \text{ eV}) = 10.2 \text{ eV}$$

$$\text{From } E_\gamma = hf = hc/\lambda \text{ we conclude that } \lambda = hc/E_\gamma = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm} / 10.2 \text{ eV}$$

$$\text{which gives } \lambda = 121.5 \text{ nm and } f = \frac{c}{\lambda} = 2.47 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

b) Calculate the recoil kinetic energy of the atom.

From conservation of momentum the atom must recoil (ترتد). The initial total momentum is zero because the atom was initially at rest. So the final momentum must be zero. But the photon has momentum $P_\gamma = E_\gamma/c$ so the atom must have an

equal but opposite momentum to make the final total momentum zero and so the atom must recoil!

$$0 = \vec{P}_\gamma + \vec{P}_{atom}$$

$$K_{atom} = \frac{P_\gamma^2}{2m} = \frac{E_\gamma^2}{2m c^2} = 5.56 \times 10^{-8} eV \text{ which is a very small quantity but not zero.}$$

So the photon does not really take all the 10.2 eV, the atom takes a very small part from it which is $5.56 \times 10^{-8} eV$.

Example 4.9 (page 137): calculate the temperature at which a hydrogen gas will contain many atoms (about 10%) in the first excited state?

في درجات الحرارة العادية تكون الأغلبية الساحقة من الذرات في كمية من غاز الهيدروجين في حالة الحضيض ground state ولكن إذا سخنا غاز الهيدروجين إلى درجات حرارة مرتفعة تنتهي بعض هذه الذرات نتيجة الاصطدامات مع بعضها بعضا وتنتقل إلى حالة متهيجة أكثر طاقة (نلاحظ هنا أن الذرة لا تنتهي فقط نتيجة امتصاص فوتون بل أيضا نتيجة الاصطدامات غير المرنة مع بعضها بعضا التي تتحول فيها طاقة الحركة إلى طاقة تهيج داخلية). والسؤال هو ما هي درجة الحرارة المطلوبة؟ سنجيب على السؤال بطريقتين:

الطريقة الأولى تقريبية وهي كما يلي: تحتاج ذرة الهيدروجين إلى 10.2 eV لكي تنتقل من حالة الحضيض ground state إلى حالة التهيج الأولى first excited state ولذا فيجب أن تكون قيمة طاقة حركة كل ذرة تقريبا بنفس المقدار حتى تستطيع الذرة أن تكسب طاقة كافية في الاصطدام. نحن نعرف من الثرموديناميكا أن متوسط طاقة الحركة لذرات غاز هي $\frac{3}{2} kT$ وبالتالي نستطيع أن نفترض: $\frac{3}{2} kT = 10.2 \text{ eV}$

مما يعطينا أن درجة الحرارة هي حوالي 79,000 K.

الطريقة الثانية تعتمد على أن عدد ذرات الغاز التي تكون في حالة طاقتها E يتناسب مع $e^{-E/kT}$ (وهذه النتيجة أيضا من الثرموديناميكا) وبالتالي تكون نسبة عدد ذرات غاز الهيدروجين في حالة التهيج الأولى first excited state وطاقتها E_2 إلى عدد ذرات الغاز في حالة الحضيض ground state وطاقتها E_1 هي

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{e^{-E_2/kT}}{e^{-E_1/kT}} = e^{(E_1-E_2)/kT} = e^{-10.2 \text{ eV}/kT} = 10\%$$

منها نستنتج أن درجة الحرارة المطلوبة هي 51,000 K ومع أن الطريقتين تعطيان أرقاماً مختلفة بعض الشيء إلا أنهما تتفقان على أن درجات الحرارة المطلوبة عالية جداً ولا تتواجد إلا في داخل النجوم مثل شمسنا.

ملاحظة: صفحة 138 ملغية

Section 4.5 The Correspondence Principle مبدأ التوافق

وينص هذا المبدأ على وجوب أن يكون هنالك توافق بين أية نظرية قديمة وبين أية نظرية حديثة تحل محلها في الحالات التي كانت النظرية القديمة تعطي فيها الجواب الصحيح. مثلاً لا يوجد تكميم للطاقة للأجسام العادية بينما يوجد تكميم للأجسام الصغيرة جداً مثل الذرات. ولكن لننظر إلى ذرة الهيدروجين فكما وجدنا سابقاً أن نصف قطرها يزداد مع مربع العدد n

$$r_n = a_0 n^2 = 0.529 \text{ \AA} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

فلو كانت n كبيرة (مثلاً n تساوي 20,000) لكان نصف قطر الذرة حوالي سنتيمترين وبذلك للحالات التي تكون فيها n كبيرة يجب أن يكون هنالك توافق بين نظرية بور وبين الفيزياء الكلاسيكية وهذا ما سنثبت.

مثلاً سنثبت (راجع المسألة 37 صفحة 149) أنه في مثل هذه الحالات تكون ذبذبة الفوتون الذي تطلقه ذرة الهيدروجين مساوية لذبذبة دوران الإلكترون حول النواة كما تتنبأ الفيزياء الكلاسيكية:

$$f_{classical} = \frac{1}{\text{period}} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{nh}{2\pi m_e r^2} = \frac{nh}{2\pi m_e a_0^2 n^4} = \left(\frac{\hbar}{2\pi m_e}\right) \left(\frac{km_e e^2}{\hbar^2}\right) \left(\frac{1}{a_0 n^3}\right) = \frac{ke^2}{ha_0 n^3}$$

حيث استعملنا المعادلات 4.24 و 4.28 و 4.29. بينما حسب نظرية بور للانتقال من الحالة $n+1$ إلى الحالة n تكون ذبذبة الفوتون (باستعمال المعادلات 4.23 و 4.30):

$$\begin{aligned} f_{quantum}(n+1 \rightarrow n) &= \frac{E_{n+1} - E_n}{h} = \frac{-ke^2}{2ha_0} \left(\frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n^2} \right) \\ &= \left(\frac{ke^2}{2ha_0} \right) \left(\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \right) = f_{classical} \quad \text{if } n \gg 1 \end{aligned}$$

ونلاحظ أن النتيجة متساويتان إذا كانت n كبيرة بحيث يمكننا إهمال 1 بالمقارنة مع n .

Section 4.5 Franck-Hertz Experiment: cancelled (you will do it in 212 lab).

أثبتت تجربة Franck و Hertz أن طاقة الذرة مكممة كما فرض بور (استعملوا ذرة الزئبق في التجربة).