CH

6

CH Six

Maya. M. Afanah

23 Pages

CH Six : Production :- الانتاج

3/8/ 2022 , 6:00 PM

- The production function :- The mathmtical relationship between input and output. ✓

هي علاقة رياضية بين مدخلات الإنتاج ومخرجات الإنتاج. ✓

- العملية الإنتاجية هي مزيج بين :

input → output

بالنسبة لِ الـ input هي الـ ← resources

resources → capital, الريادة والتنظيم, Land ملك, Labor.

بستخدم هالموارد أو هالعناصر لإنتاج سلعة أو خدمة. ✓ هاي العلاقة بنمثلها بعلاقة الـ Production.

بشكل رياضي : ← Production function :-

$$q = F(L, K, R, L \ldots)$$

output

Labor

capital

input ↓

raw material مواد خام

Land

هاي العلاقة اسمها Production.

يتبع ← ~.

ابسط عملية انتاجية ← انو لحتى انتج فقط بحتاج عمال ومواكن:

$q = F(L,K)$ L : Labor
K : capital

ـــــ نتعرف على مفهومين بال Production :-

1 Average Product of Labor (APL) : ((Productivity)) :-

متوسط انتاج العمال :-

$$\frac{q}{L} = \frac{\text{كمية الانتاج}}{\text{عدد العمال}}$$

معناها :- ◎ بالمتوسط كم بنتجلي كل عامل ◎

← وكمان تُعبر عن الإنتاجية ← Productivity . ✓

2 Marginal Product of Labor (MPL) :-

◎ الناتج الحدي للعامل .

- في كلمة marginal دائماً بنربط بين تغيّر عدد العمال مع تغيّر كمية الإنتاج . ✓

- دائماً كلمة marginal هي لوحدة إضافية . ✓

MPL → extra output ~~obtained by~~ ~~using one more~~ ~~machine~~ From employing one more workers .

◎ الناتج الحدي العامل : هي عبارة عن كمية الإنتاج الإضافية ، الناتجة عن تشغيل عامل إضافي :

◎ بالرياضيات ◎ =

$$MPL : \frac{\Delta q}{\Delta L} = \frac{\text{التغير في كمية الانتاج}}{\text{التغير في عدد العمال}}$$

لقدر اقول انها عبارة عن ←

$$MPL : \frac{\partial q}{\partial L}$$

3 Marginal Product of capital (MPK) :-

مفهوم ← عبارة عن كمية الانتاج الإضافية الناتجة عن تشغيل ماكينة إضافية واحدة . ✓ (بدل عامل ← ماكينة) . ✓

وهي عبارة عن } → $\frac{\Delta q}{\Delta K} = \frac{\text{التغير في كمية الانتاج}}{\text{التغير في عدد المكائن}} = \frac{\partial q}{\partial K}$

K → capital

خلاصة :-

APL : $\frac{q}{L}$ (Productivity) . ✓

MPL : $\frac{\Delta q}{\Delta L} = \frac{\partial q}{\partial L}$ ✓

MPK : $\frac{\Delta q}{\Delta K} = \frac{\partial q}{\partial K}$ ✓

Example :- A firm Produce an output using Production function

$$q = L^2K$$

مكتوب بالسلايد

① what is the average Product of Labor (APL) @ K = 2 , L = 5 . ??

الحل :→ $APL = \frac{q}{L} = \frac{L^2K}{K} = LK$

average

$= LK = \cancel{2}\ 5 * 2 = \boxed{10}$

بالمتوسط العامل بنتجلي ١٠ وحدات كمعدل . ✓

② What is the marginal Product of Labor (MPL) @ K=2, L=5, ??

(الحل) :-

$$MPL = \frac{\partial q}{\partial L} = 2KL$$

$$\rightarrow MPL = (2)(2)(5) = \boxed{20}$$

كمية الانتاج الإضافية ، الناتجة عن تشغيل عامل إضافي هي 20 . ✓

EX②:- Production function : $q = \min[2L, K]$

What is the average product of Labor (APL) @ $L=5$, $K=4$, ??

(5 عمال) (4 مكائن)

ما بقدر اشتق هال function

Answer: $APL = \frac{q}{L} = \frac{\text{كمية الانتاج}}{\text{عدد العمال}} = \frac{4}{5}$

Note that :-

$q = \min\{2L, K\}$

$q = \min\{2(5), 4\}$

$q = \boxed{4}$ ✓

القيمة الأقل

EX③: A Firm has a production function is given by:

$$q = L^2K^2$$

① What is the APL @ K=2, L=2. ??
② What is the MPL @ K=1, L=4. ??

Answer: ① $APL = \frac{q}{L} = \frac{L^{\cancel{2}}K^2}{\cancel{L}}$

$$= LK^2 = 2(2)^2$$
$$= 8$$

② $MPL := \frac{\partial q}{\partial L} = 2K^2L$

$$= 2(1)^2(4)$$
$$= 8$$

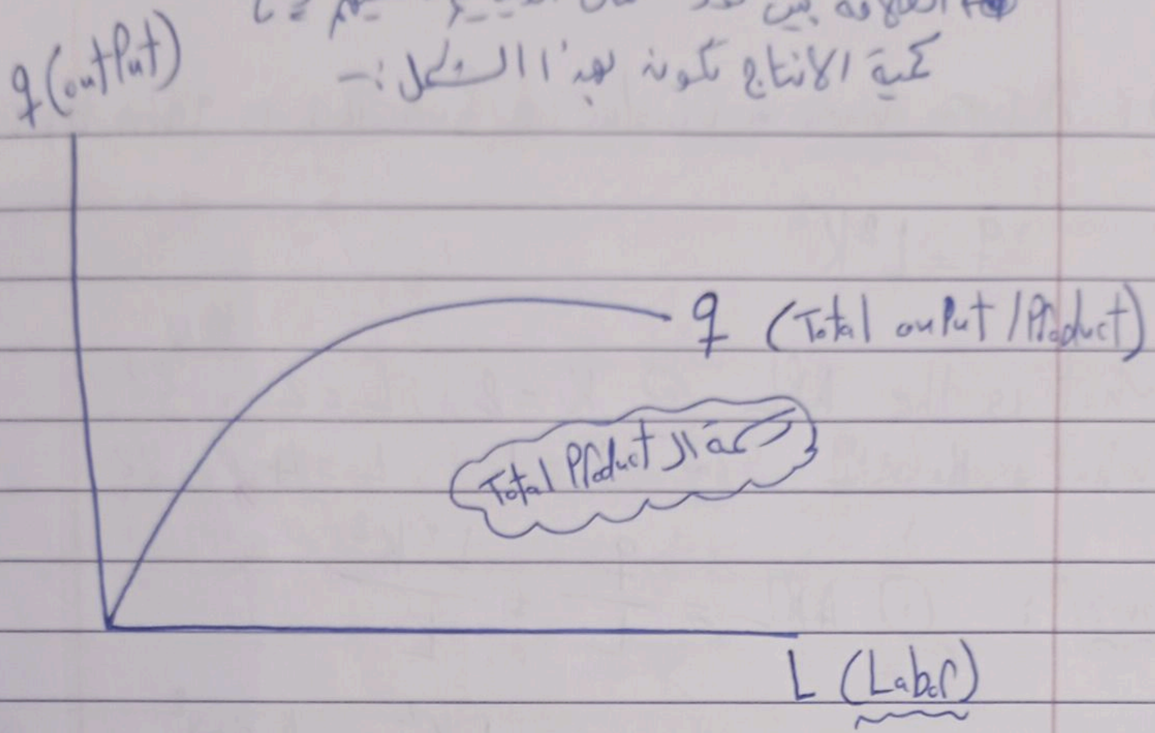
→ Total Product and Marginal Product curve :-

⇒ Total Product curve :-

وهي علاقة بين عدد الـ Labor مع كمية الإنتاج .

← تبع .

العلاقة بين عدد العمال الذين بتشغيلهم ومع كمية الانتاج تكون بهذا الشكل :-



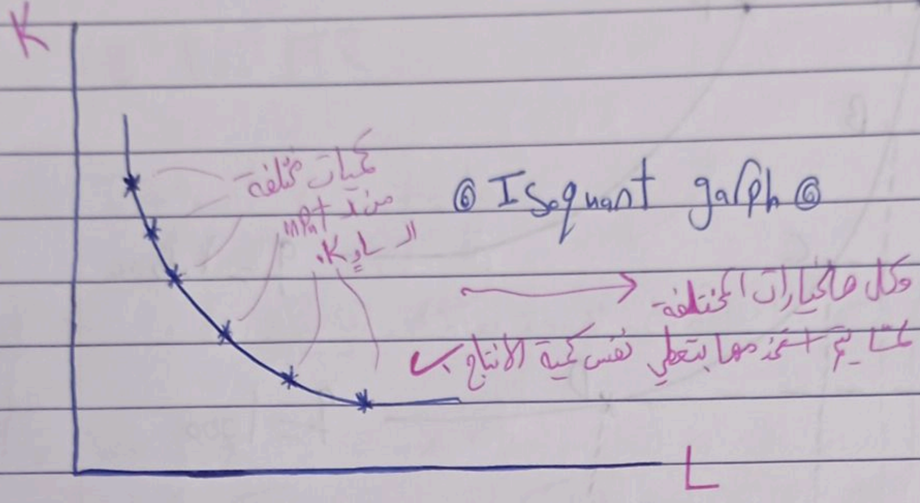
من الشكل واضح انو ← كلما بتزيد عدد العمال الي بشغلهم ، بينتج من ذلك انو كمية الإنتاج بتزايد ↑ لحد ما اوصل إلى أعلى قيمة وبعد ذلك بتبلش تنخفض ، (زي الشخص لما يستهلك سلعة عنده حالة إشباع) ، نفس الشي صاحب العمل عنده إشباع لعدد العمال ،

← لأنو اذا أنا محتاج "١٠" واروح اوظف "15" ، هذول الـ 5 زيادة ،

∴ كلما وظفت عدد عمال ← كمية الإنتاج بتضل تزيد لحد ما توصل لأعلى قيمة وبعدها بتبلش تثبت وبعدها بتبلش تقل (لأنه بصير زي حالة اشباع من عدد العمال) ،
↓
ليه ؟؟

∵ لأنه بصير اكتظاظ / فوضى / العمال يلهوا بعض ← etc و بالتالي ح تقل كمية الانتاج ،

*Page 13 : Isoquant :-



وكل هالخيارات المختلفة لما يتم استخدمها بتعطي نفس كمية الانتاج ✓

→ Isoquant → نفس مفهوم ال indifferance curve

يلي تم شرحه بالشابتر يلي قبل ✓ CH2

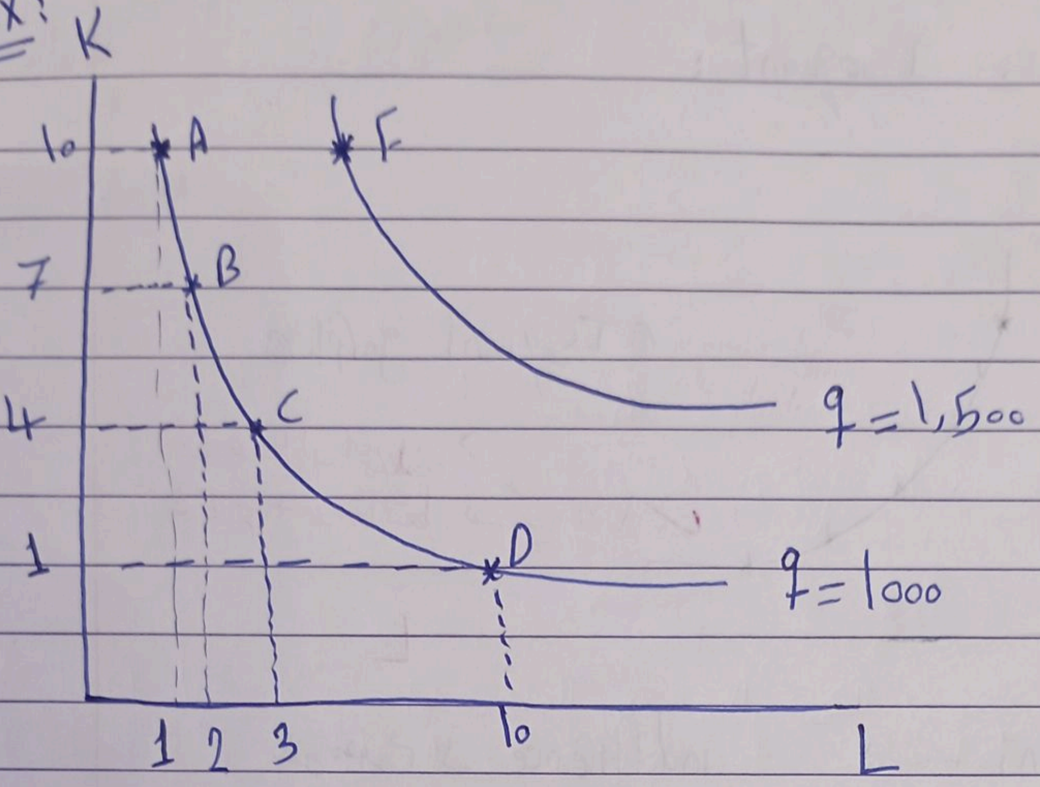
← حكينا انو ال indifferance curve عبارة عن خط منحنى تتشكل من كميات مختلفة من سلعتين ✓، لما استهلكهم بعطوني ← the Same utility.

نفس هالأفكار بدنا نعكسها ع ال Production بسموه ال Isoquant

وهو عبارة عن شكل منحنى يتكون من كميات مختلفة من ال input الي هم ال L, K (Labor, capital) ، لما يتم استخدام هاي الكميات المختلفة من ال Labor و ال capital بعطوني نفس كمية الانتاج ✓ هذا اسمه ← Isoquant. ✓

نفس فكرة ال ind.curve

EX:



A , B , C , D ⟶ كل الخيارات هدول لما

نستخدم أي وحدة منهم رح انتج نفس الكمية وهي 1000 وحدة في مثالنا.

مثلاً : A : K = 10 , L = 1

B : K = 7 , L = 2

.... etc. ✓

Note ⇐ كلما بطلع ع Isoquant أعلى ، كمية الانتاج بتزيد.

يعني كمية الانتاج عند ⟵ C VS F

F ⟶ اعلى من C بـ كمية الانتاج

لأنه عند C انتاجي ⟵ 1000 ✓

عند F " ⟵ 1,500 ✓

بالامتحان ← مطلوب رسم الـ Isoquant . ✓

EX: $q = 100\sqrt{LK}$

Graph Isoquant $q = 1000$.

Answer :- لحتى ارسم أنا بحاجة إلى مجموعة نقاط :- (٤ نقاط) .

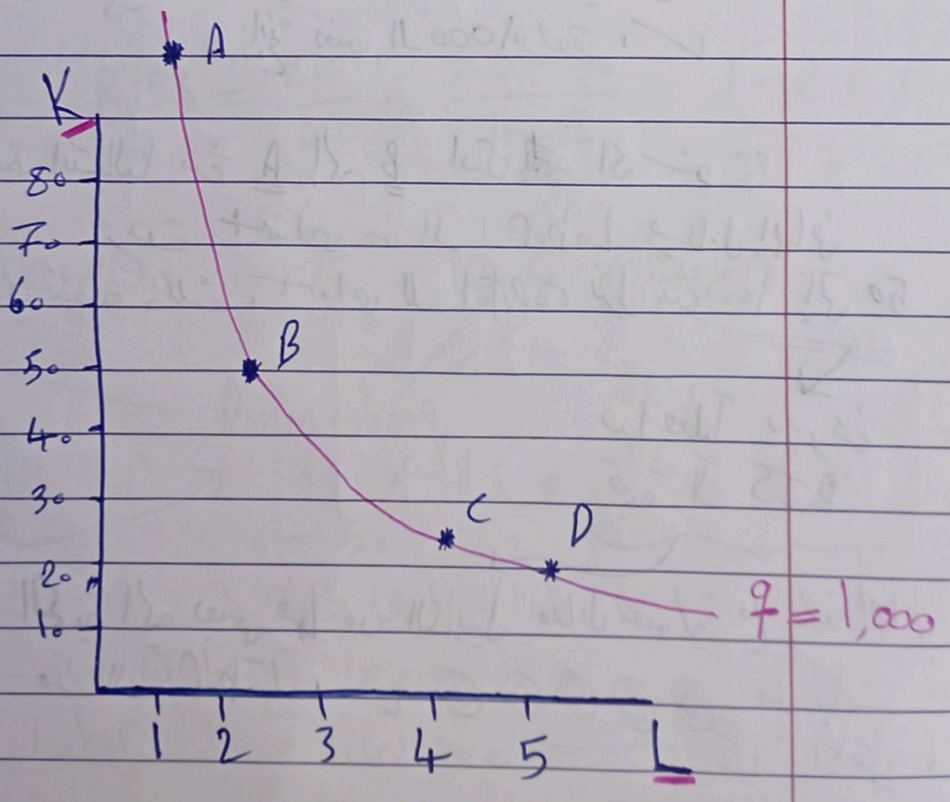
$q = 100\sqrt{LK}$

$\frac{1000}{100} = \frac{\cancel{100}\sqrt{LK}}{\cancel{100}} \rightarrow (\sqrt{LK})^2 = (10)^2$ ((التربيع الطرفين))

$\frac{\cancel{L}K}{\cancel{L}} = \frac{100}{L} \rightarrow \boxed{K = \frac{100}{L}}$

◎((أهم شي النقاط ماتكون سالب أو صفر))◎

L	K
1	100
2	50
4	25
5	20



(سلايد "4") ٨

④ → Marginal rate of technical Substitution (RTS) :-

Note

• MRS ← كنا نسميه CH2 بال ind.curve ع زمن الـ

هون ← ("RTS")

وهو الـ Slope للـ Isoquant. ✓

وهو : الكمية التي يتم التضحية بها من "K" مقابل الحصول على وحدة إضافية من "L" مع ثبات كمية الإنتاج. ✓

⑥ ← بالرسمة السابقة (آخر وحدة) : عند اختيار Ⓐ كنت استخدم عامل ① و 100 ماكينة. ✓ وكنت أنتج ← 1000 وحدة.

عندي خيار ثاني ← Ⓑ ← بستخدم عاملين و 50 ماكينة، بظل أنتج نفس الـ 1000 وحدة. ✓

← نلاحظ انتقالنا من A إلى B أدى إلى شو ؟؟

زدت استخدامي من الـ Labor بـ عامل إضافي

بالتالي نتيجة ذلك، استخدامي للـ Capital نزل من 100 إلى 50

هذا فعلياً بيعبر عن
قيمة الـ RTS

الكمية الي بضحي فيها من الكابيتل مقابل حصولي على وحدة إضافية من الـ Labor. ✓ ◎◎◎◎◎ مع ثبات كمية الانتاج.

مثال ع الرسمة السابقة :- (آخر ورقة) :-

→ calculate RTS between A and B ??

Answer :- $RTS = \boxed{\frac{\Delta K}{\Delta L}} = \frac{50-100}{2-1} = \boxed{-50}$

slope

"مفهوم التضحية والانخفاض"

◎◎◎◎◎ RTS = -50 → يعني اذا بدي ازيد استخدامي من Labor "L" بعامل إضافي لازم أقلل استخدامي من الـ capital بـ 50 عشان أضل على نفس كمية الإنتاج . ✓

وحدة واحدة [illegible] اضافية من الـ Labor ← كم لازم أضحي من K ؟؟

→ calculate RTS between ~~A~~ B and C ??

Answer :- $RTS = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{25-50}{4-2} = \boxed{-12.5}$

-50 (الفرع الأول) } -12.5 (الفرع الثاني)

Diminishing

⇒ RTS → -50

وبعدها -12.5

وبعدها رح يقل يقل ـــــ . ✓

RTS ينخفض مع زيادة عدد الـ Labor . ✓

* ما العلاقة الموجودة بين RTS ← → Marginal Product ~~Ratio~~ ؟؟

$$RTS = \frac{MPL}{MPK}$$

حفظ

∴ RTS = Marginal Product Ratio ✓

EX:- Production function : $q = L^2K^2$

Find RTS @ $L=4$, $K=1$

RTS في لاستخدام ← معادل، اما كيفية واحدة.؟؟

Answer :-

$RTS = \frac{MPL}{MPK}$ ⟶ نستخدمها لما يعطيني function.

أو

$RTS = \frac{\Delta K}{\Delta L}$ ⟶ نستخدمها لما يكون في رقم.

$$\therefore RTS = \frac{MPL}{MPK} = \frac{\cancel{2}K^2\cancel{L}}{\cancel{2}L^2\cancel{K}} = \frac{K}{L} = \frac{1}{4}$$ ✓

$$\left[\begin{array}{l} MPL = \frac{\partial q}{\partial L} = 2K^2L \\ MPK = \frac{\partial q}{\partial K} = 2L^2K \end{array}\right]$$

انتهى. ✓

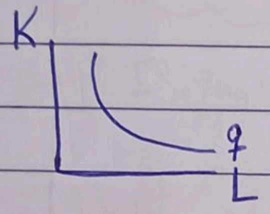
(سلايد "7")

CH6 - 4/8 :- Cont......:-

◉> حالات خاصة في شكل الـ "Isoquant" :-

◉> (و ذلك لما يكونه هناك علاقة بين الـ Inputs يلي بستخدمهم بالانتاج يكونوا بدائل او مكملات) :-

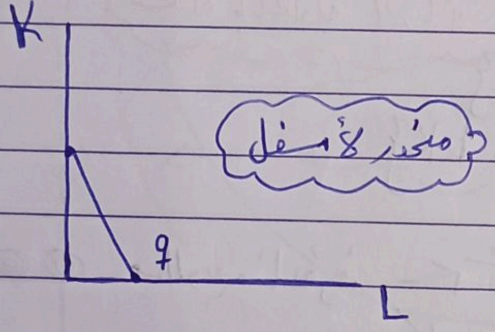
* الشكل العام لـ الـ "Isoquant" :-



* الحالات الخاصة :-

** الحالة الأولى :-

Isoquant with input are Perfect Substitution



The Production functions for these goods : $q(L,K) = aL + bK$

ثوابت

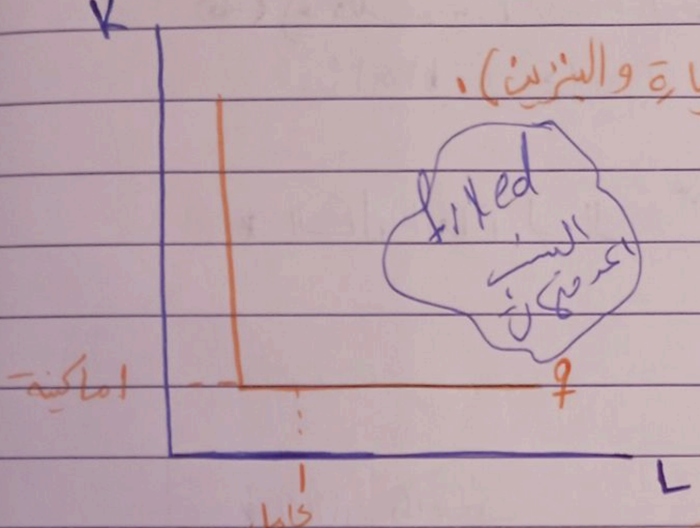
K, L → بدائل → يعني انا بالإنتاج اما بستخدم عمال أو ماكينات ✓ في هذه الحالة يكونه شكل الـ Isoquant ← خط مستقيم منحدر لأسفل ✓

↓

لذلك ← لا تكونه ← the RTS is constant.

◉ ← الحالة الثانية :- (اذا كانوا مكملات) :-

*Perfect complement :- → يعني لما انه لازم نستخدم عمال ومكائن .
(علم تكاملي زي السيارة والبنزين) .



شكله بالرسم :-

شكله بالمعادلة الرياضية :-

$$q(L,K) = \min\{K, L\}$$

$$\text{or } \min\{aL, bK\}$$

◎◎ مطلوب منا نعرفه ← شكل الرسمة ، ✓

↙ المعادلة ، ✓

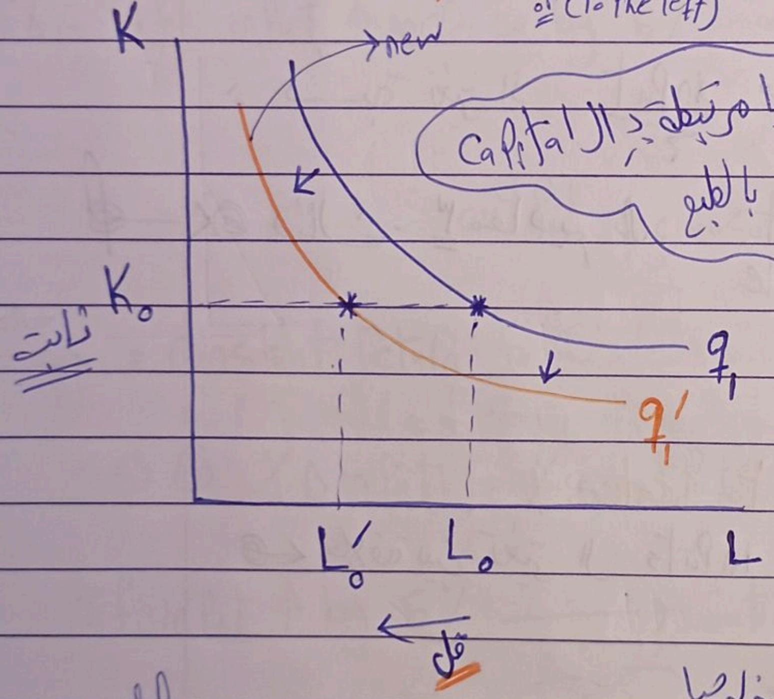
*Slide 18 :- Change in Technology :-

- ماهو أثر تغيّر مستوى التكنولوجيا بالإنتاج ?? على استخدامنا بين الـ Labor والـ capital :-

← دائماً التكنولوجيا مُمكِنة من انتاج نفس الكمية بأقل تكاليف
أو بنفس كمية المصادر ، بقدر انتج كمية انتاج أكبر . ✓

رح نظهر : شو تأثير التكنولوجيا بِـ استخدام الـ "ISoquant" :-

◎ تؤدي إلى ← للداخل Shift Isoquant inward . ✓
or (to the left)



دائماً التكنولوجيا مرتبطة بـ الـ capital مش الانسانة بالطبع

إنتاج نفس الكمية لعدد عمال أقل

لمّا يتحسن وضع التكنولوجيا
لازم يبين الرسم انو اعتمادي ع العمال قل . ✓

← يتبع ....

الموضوع الأخير بـ (CH 6) :-

*** Return to Scale :-** (شبيه بالـ elasticity)

وهي : نسبة التغير بالـ input و تأثيرها على الـ output
بين مدخلات الانتاج وتأثيرهم

مثال : ⟸ قررنا Increase the # of labor by 10% .

المتوقع يصير بكمية الانتاج شو ؟؟ هل رح تزيد بـ ١٠٪ ؟
أقل من ١٠٪ ؟
أكثر من ١٠٪ ؟

هذا الذي يحدده الـ Return to Scale . ✓

نسبة تغير الـ input و تأثيرها على output .

هناك ٣ مفاهيم بالـ Return to Scale :
- Increasing
- decreasing
- constant

① Increasing return to scale :-

⟵ علاقة بين تغير الـ inputs و التأثير على الـ output

for example :-

If input ↑ increase by 5% .
(capital, labor)

النتيجة :- رح نلاحظ انو كمية الانتاج (output) رح تزيد بـ أكثر من 5% . ✓

خلاصة :-

حالة ١ :- ⟹ * Increasing return to scale :- (أكثر من الضعف)

EX : If input (Labor, capital) ↑ by 5%

النتيجة :-

output increasing by __more__ than 5%.

نسبة التغير بال output أكبر من ال input

حالة ٢ :- ⟹ * Decreasing return to scale :-

نسبة التغير بال input أقل من الoutput ,

EX :- if input ↑ increase by 5%

النتيجة :-

output increase by __Less__ than 5%.

حالة ٣ :- ⟹ * Constant return to scale :-

% Δ input = % Δ output

If input ↑ by 5% ⟶ output ↑ by 5%

متكافئات

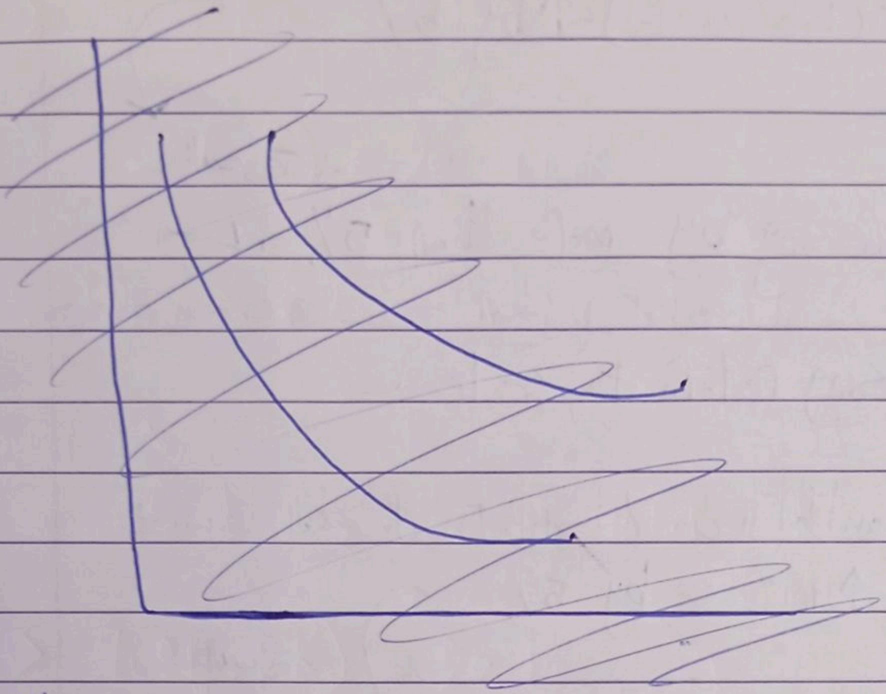
هذول الـ ٣ مفاهيم بدي اكلمكم ع سعة الـ Isoquant.

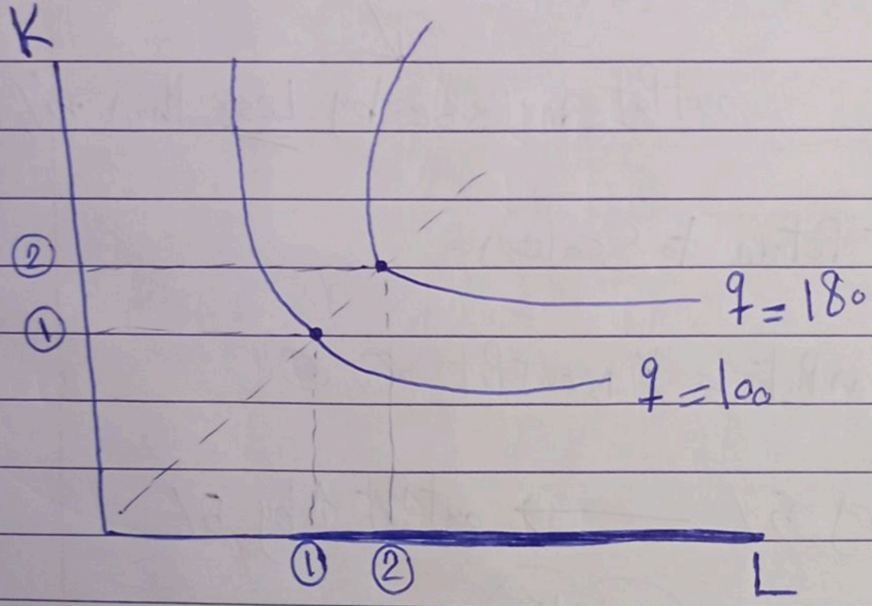
كمان رح نعكم بالأمثلة الرياضية الرقمية.

يتبع ←

◎ ← التمثيل بالرسم :-

◎ الحالة الاولى ←




K
②
①
q = 180
q = 100
①
②
L

$L_1 = 1$, $L = 2$]x2 $K = 1$, $K = 2$]x2

$\longrightarrow q = 100$

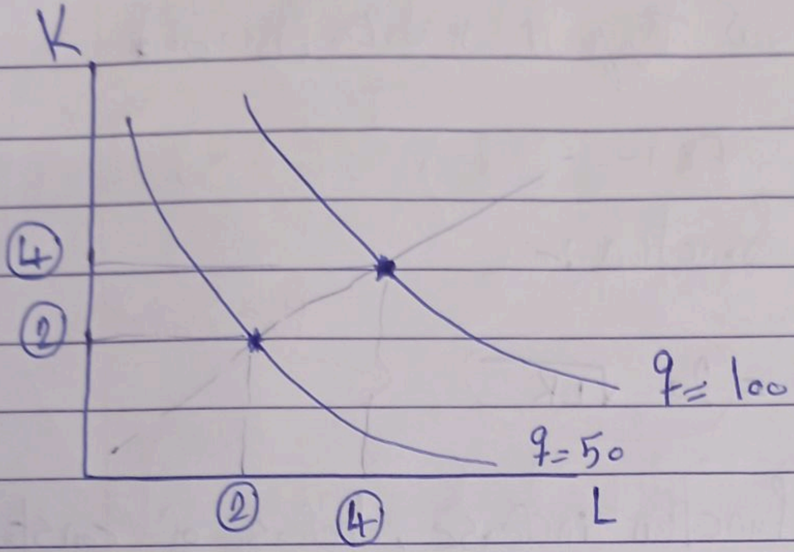
$\longrightarrow q = 180$] ~~x2~~

أقل من (x2)

{Decreasing}. less than (X2)

. ~ يتبع ←

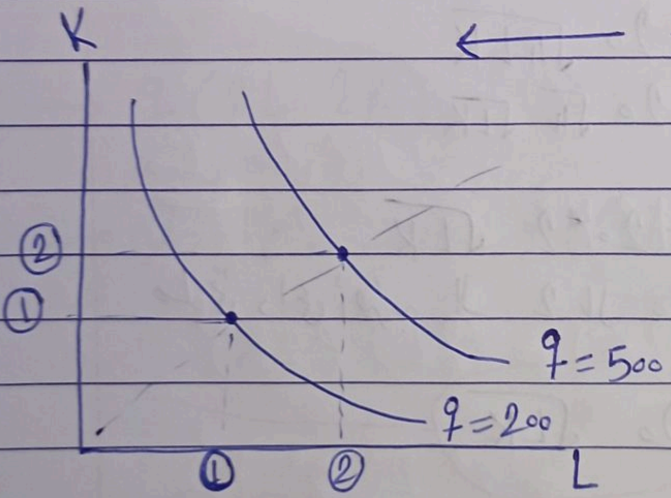
⑥ الحالة الثانية ←



$$\left.\begin{matrix} L = 2 \\ L = 4 \end{matrix}\right] \times 2 \ , \quad \left.\begin{matrix} K = 2 \\ K = 4 \end{matrix}\right] \times 2 \quad \left.\begin{matrix} \to q = 50 \\ \to q = 100 \end{matrix}\right] \times 2$$

⇒ constant .

⑥ الحالة الثالثة ←



$$\left.\begin{matrix} L = 1 \\ L = 2 \end{matrix}\right] \times 2 \ , \quad \left.\begin{matrix} K = 1 \\ K = 2 \end{matrix}\right] \times 2 \quad \left.\begin{matrix} \to q = 200 \\ \to q = 500 \end{matrix}\right] \cancel{\times 2}$$

أكبر من ⓧ2

mafethao
×2

⇒ increasing .

* من خلال معادلة الـ Isoquant كيف ممكن احكم على الـ Return to Scale ??

EX :-

$\longrightarrow$ Production function :-

$$q(L,K) = \boxed{20\sqrt{LK}}$$

the Same

IS the production function increase, decrease or constant ??

Answer :-

① بضاعف الـ input وبشوف شو بصير بال output ①

كيف أضاعف ؟؟ ← وين ما في "L" بحط معها 2L وكذلك K ← 2K .

$$\rightarrow q(2L, 2K) = 20\sqrt{(2L)(2K)}$$

$$= 20\sqrt{4LK}$$

$$= 20\sqrt{4}\sqrt{LK}$$

$$= 20 * 2\sqrt{LK}$$

ما في داعي أضربه الـ 2 بال 20

اوكي ، ✓ تمام ،

هي نفسها

$$\rightarrow 2 * \boxed{20\sqrt{LK}}$$

$\Rightarrow = 2q \longrightarrow$ $\Rightarrow$ constant . ✓

مثال آخر :-

EX 2 :- $q(\overset{L,K}{\cancel{K,L}}) = \cancel{L}\,\boxed{KL}$

الحل → $q = \triangleright (2L, 2K)$

$= 2K\ 2L$

$= 4\,\boxed{KL} \qquad = 4q$

ضربت ال input بـ "2" ← النتيجة انو ال output مضروب بـ 4

⇒ increasing . ✓

EX③ :- مثال آخر :-

$q(L,K) = 2L + 3K$

الحل → $q(2L, 2K) = (2)\,2L + (2)\,3K$

إخراج عامل مشترك ② → $= 2\,\boxed{(2L + 3K)}$

نفسها q

$= 2q$. ✓

⇒ constant . ✓ ضربت ال input بـ ②

ال output طلع الناتج مضروب بـ ② برضو .

← تبع other ex. ← ~ .

مثال آخر :-

$q \Rightarrow q(L,K) = L^{0.3} K^{0.5}$

الحل :- $q(2L,2K) = (2L)^{0.3} (2K)^{0.5}$

بوزع القوى $= 2^{0.3} L^{0.3} 2^{0.5} K^{0.5}$

جمع المتشابهين (عند الضرب نجمع القوى) $\longrightarrow 2^{0.3+0.5} L^{0.3} K^{0.5}$

$= 2^{0.8} L^{0.3} K^{0.5}$

$= 2^{0.8} q \longleftarrow < 2q$

$\Rightarrow$ Decreasing. $\longleftarrow$

مثال حلي كالاتي :-

$q(L,K) = L^2 K^3$

الحل :- $q(2L,2K) = (2L)^2 (2K)^3$

$= 2^2 L^2 2^3 K^3$

$= 2^{2+3} L^2 K^3$

$= 2^5 L^2 K^3$

$= 2^5 q > 2q \rightarrow$ increasing

//

استنتاج :- اذا كانت :-

الفا بيتا

$q = (L,K) = L^{\alpha} K^{B}$ → لازم نجري بينهم جمع "ها"

انتبه

$\alpha + B = 1$ → constant (Return to scale)

$\alpha + B = <1$ → decreasing.

$\alpha + B = >1$ → increasing

Note:- ◎◎◎◎◎ هؤلاء الحالات تستخدم في الحل السريع على سبيل المثال: صفر دائرة.
أما في الحل العادي مطلوب طريقة الحل كامل.

ع CH6 ، ✓