INVESTMENT MANAGEMENT

2025

FINN431

Mohammed Haj Mohammed

CHAPTER 6

Capital allocation to risky assets

STUDENTS-HUB.com

CHAPTER 6

Capital Allocation to Risky Assets

Risk, Speculation, and Gambling — الخطر، المضاربة، والمقامرة

1. Gambling (المقامرة):
   - It involves taking risks for the enjoyment of the risk itself.
     - تتضمن المخاطرة من أجل الاستمتاع بالمخاطرة نفسها.
   - The outcome is based on luck, not analysis or expected return.
     - النتيجة تعتمد على الحظ، وليس على تحليل أو عائد متوقع.

2. Speculation (المضاربة):
   - Involves taking risk with the expectation of a favorable outcome (good return compared to risk).
     - تنطوي على أخذ مخاطرة مع توقع نتيجة إيجابية (عائد جيد مقابل الخطر).
   - The decision is based on analysis and perception of a profitable risk-return tradeoff.
     - القرار يعتمد على التحليل وتقييم العلاقة بين العائد والمخاطرة.

3. Main Difference:
   - The key difference between gambling and speculation is in the proportionality of potential gains.
     - الفرق الرئيسي بين المقامرة والمضاربة هو في نسبة العوائد المتوقعة إلى المخاطرة.
   - Speculators expect returns that justify the risk, gamblers do not.
     - المضاربون يتوقعون عوائد تعوّض عن الخطر، أما المقامرون فلا.

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com

Risk Aversion and Utility Values كراهية المخاطرة وقيم المنفعة (Utility)

1. Risk Aversion (كراهية المخاطرة):
   - Most investors dislike risk.
   - **معظم المستثمرين يكرهون المخاطرة.**
   - They avoid investments that offer zero or negative risk premiums, even if they're fair games (expected return = 0).
   - **يرفضون الاستثمارات التي تقدم علاوة مخاطرة صفرية أو سلبية حتى لو كانت "لعبة عادلة" (أي عائد متوقع = صفر).**

2. Positive Risk Premium (علاوة مخاطرة إيجابية):
   - Even if an investment offers a positive risk premium, some investors may still reject it if they feel it doesn't sufficiently compensate for the risk involved.
   - **حتى إذا كانت هناك علاوة مخاطرة إيجابية، قد يرفضها بعض المستثمرين إذا شعروا أنها لا تعوّض كفاية عن الخطر.**

3. Choosing Between Investments اختيار بين الاستثمارات:
   - Investors use a Utility Score to compare investments.
   - **يقوم المستثمرون باستخدام نقاط المنفعة (Utility Score) للمقارنة بين الاستثمارات.**
   - It's based on expected return and risk (variance).
   - **تعتمد على العائد المتوقع ومقدار الخطر (التباين).**

Utility Function Formula: معادلة حساب المنفعة

$$U = E(r) - \frac{1}{2} * A * \sigma^2$$

- U: Utility Score نقطة المنفعة
- E(r): Expected rate of return العائد المتوقع
- A: Risk aversion coefficient معامل كراهية المخاطرة

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com

- σ^2: Variance of returns (measure of risk) تباين العوائد (مقياس الخطر)

Types of Investors Based on Risk Aversion: أنواع المستثمرين حسب كراهية المخاطرة

1. Risk-Neutral Investor: المستثمر المحايد للمخاطرة
   - A=0
   - Only cares about expected return.
   - يهتم فقط بـ العائد المتوقع.
   - Chooses investment with highest E(R).
   - يختار الاستثمار ذو أعلى عائد متوقع.
   - Formula: U=E(R)

2. Risk-Seeking Investor: المستثمر المحب للمخاطرة
   - A<0 (Negative) (سالب)
   - Enjoys risk, like gamblers.
   - يستمتع بالمخاطرة، مثل المقامرين.
   - Adjusts expected return upward to reflect the enjoyment of risk.
   - يزيد من تقييم العائد المتوقع لأنه يستمتع بالخطر.

3. Risk-Averse Investor: المستثمر الكاره للمخاطرة
   - A>0 (Positive) (موجب)
   - Cares about both return and risk.
   - يهتم بـ كل مِن العائد والمخاطرة.
   - Chooses the investment with highest utility score.
   - يختار الاستثمار الذي يحقق أعلى منفعة.
   - Prefers higher expected return and lower risk.
   - يفضلّ عائداً مُتوقعا أعلى ومخاطرة أقل.

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com

Example page 170-171

R_f=5% or 0.05

Investor 1 → A=2

Investor 2 → A=3.5

Investor 3 → A=5

Know that Equity Risk Premium (ERP) = E(r)-Rf

Portfolio المحفظة	Equity Risk Premium علاوة مخاطر الأسهم	Expected Return "E(r)" العائد المتوقع	Risk (σ) الخطر
Low "L"	0.07 -0.05 = 0.02	0.07	0.05
Medium "M"	0.09 -0.05= 0.04	0.09	0.10
High "H"	0.13- 0.05= 0.08	0.13	0.20

Which portfolio will each investor choose?

ما هي المحفظة التي سيختارها كل مستثمر؟

Hint: "The investor will choose the portfolio with the highest utility score"

تلميح": المستثمر سيختار المحفظة ذات أعلى درجة المنفعة"

Investor 1 → A=2 → Calculate Utility

$$U = E(R) - \frac{1}{2} * A * \sigma^2$$

L →$U = 0.07 - \frac{1}{2} * 2 * (0.05)^2$ → U= 0.0675

M → $U = 0.09 - \frac{1}{2} * 2 * (0.10)^2$→ U= 0.08

H → $U = 0.13 - \frac{1}{2} * 2 * (0.20)^2$→ U= 0.09 ← The investor will choose this

---

Investor 2 → A=3.5 → Calculate Utility

$$U = E(R) - \frac{1}{2} * A * \sigma^2$$

L →$U = 0.07 - \frac{1}{2} * 3.5 * (0.05)^2$ → U= 0.0656

M → $U = 0.09 - \frac{1}{2} * 3.5 * (0.10)^2$→ U= 0.0725 ← The investor will choose this

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com

H → $U = 0.13 - \frac{1}{2} * 3.5 * (0.20)^2$ → U= 0.0600

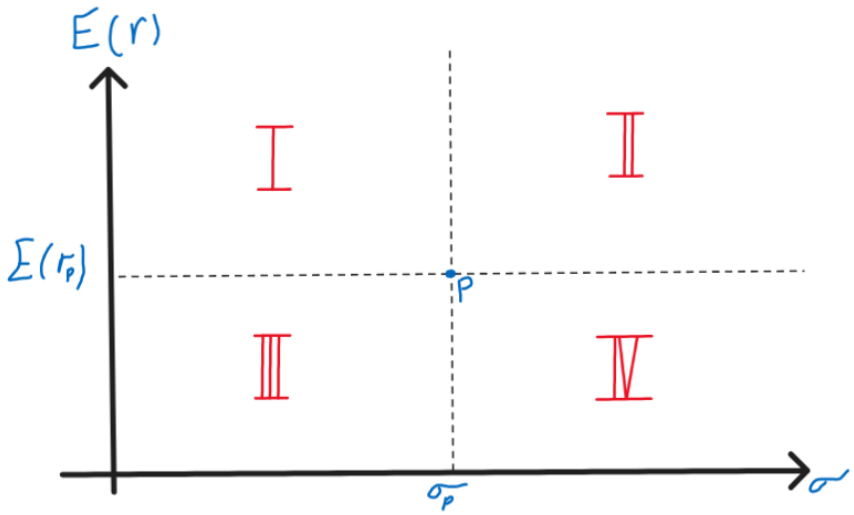
Investor 3 → A=5 → Calculate Utility

$$U = E(R) - \frac{1}{2} * A * \sigma^2$$

L → $U = 0.07 - \frac{1}{2} * 5 * (0.05)^2$ → U= 0.06375

M → $U = 0.09 - \frac{1}{2} * 5 * (0.10)^2$ → U= 0.06500 ← The investor will choose this

H → $U = 0.13 - \frac{1}{2} * 5 * (0.20)^2$ → U= 0.03000



Quadrant-by-Quadrant Explanation

I. Quadrant I الربع الأول

- High expected return **عائد متوقع مرتفع**
- Low risk **مخاطرة أقل**
- Best case scenario **أفضل حالة**
- Portfolios here are better than P because they give more return with less risk.
- **المحافظ هنا أفضل من P لأنها تعطي عائدا أعلى مع مخاطرة أقل.**

STUDENTS-HUB.com

- *"Quadrant I is better off because expected return is high and risk is low."*
- **"الربع الأول هو الأفضل لأن العائد المتوقع فيه مرتفع والمخاطرة منخفضة".**

II. Quadrant II الربع الثاني

- High expected return **عائد متوقع مرتفع**
- High risk **خطر أعلى**
- Risk-return tradeoff **توازن بين العائد والمخاطرة**
- "I would be indifferent between II and III because each has high return and high risk and vice versa."
- **"سأكون غير متحيز بين الربعين الثاني والثالث لأن كل واحد فيه عائد مرتفع ومخاطرة مرتفعة أو العكس".**

III. Quadrant III الربع الثالث

- Low expected return **عائد متوقع منخفض**
- Low risk **خطر أعلى**
- Less return, but less risk too عائد أقل ولكن مع مخاطرة أقل أيضًا
- "I would be indifferent between II and III because each has high return and high risk and vice versa."
- **"سأكون غير متحيز بين الربعين الثاني والثالث لأن كل واحد فيه عائد مرتفع ومخاطرة مرتفعة أو العكس".**

IV. Quadrant IV الربع الرابع

- Low expected return **عائد متوقع منخفض**
- High risk **مخاطرة مرتفعة**
- Worst quadrant **أسوأ ربع**
- Portfolios here are worse than P, offering low return and high risk.
- **المحافظ هنا أسوأ من P لأنها تعطي عائداً منخفضاً مع مخاطرة عالية.**
- "Quadrant IV is the worst because the return is low and risk is high."
- **"الربع الرابع هو الأسوأ لأن العائد فيه منخفض والمخاطرة مرتفعة".**

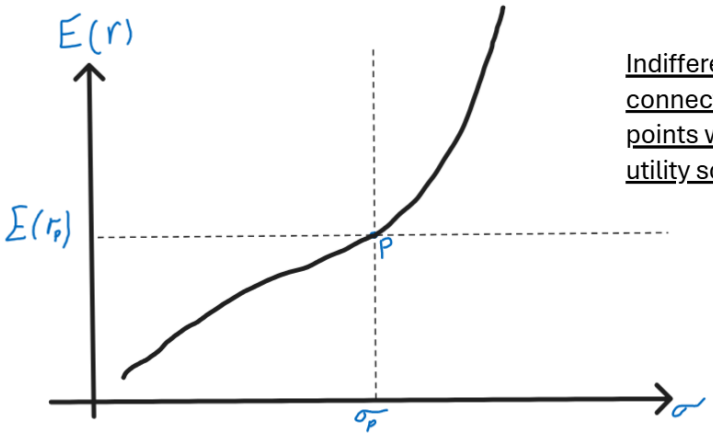
MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com

In the next graph, you can draw a utility indifference curve that passes through Quadrants II and III, which shows points the investor views as equally preferable.

في الرسم التالي، يمكنك رسم منحنى اللامبالاة (Indifference Curve) يمر عبر الربعين الثاني والثالث، ليمثل النقاط التي يعتبرها المستثمر متساوية في التفضيل.

Indifference Curve



Indifference Curve : connects all portfolios' points with the same utility score

---

There are 3 main approaches to estimate an investor's risk aversion:

1) Questionnaire Method طريقة الاستبيان

- Based on surveys or quizzes to identify investor personality type:
- **من خلال استبيانات أو اختبارات لتحديد نوع شخصية المستثمر:**
  - Conservative → Risk-averse
  - **محافظ(Conservative) ← يكره المخاطرة.**
  - Moderate → Balanced
  - **معتدل (Moderate) ← متوازن.**
  - Aggressive → Risk-tolerant
  - **جريء (Aggressive) ← يتحمل المخاطرة.**
- Example: Survey on pages 174–175 helps identify your type.

MOHAMMED HAJ

STUDENTS-HUB.com

- **ملاحظة: يوجد استبيان على الصفحتين 174 و175 يساعدك في تحديد نوعك كمستثمر.**

2) Analyze Active Investment Accounts تحليل حسابات الاستثمار النشطة

- Study the portfolio composition of real investors over time.
- **تحليل تكوين المحفظة الاستثمارية للمستثمرين النشطين على مدار الوقت.**
- Estimate the risk-return combinations in their portfolio.
- **تقدير تركيبة المخاطرة والعائد في مراكزهم الاستثمارية.**
- Use this data to calculate the investor's risk aversion coefficient (A).
- **باستخدام هذه البيانات يمكن حساب معامل النفور من المخاطرة (A) للمستثمر.**

3) Group Behavioral Analysis تحليل سلوك مجموعات من المستثمرين

- Observe and track the behavior of groups of investors.
- **مراقبة وتتبع سلوك مجموعات من المستثمرين.**
- Calculate the average degree of risk aversion across the group.
- **حساب متوسط درجة النفور من المخاطرة لديهم.**
- Useful for institutions, market studies, or building average models.
- **مفيدة للمؤسسات أو دراسات السوق أو بناء نماذج استثمارية.**

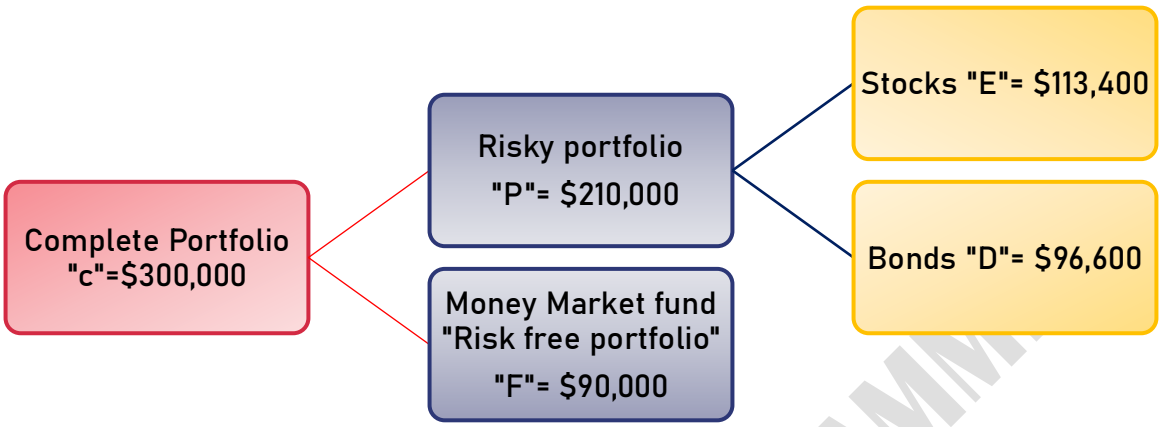
CAPITAL ALLOCATION: Across risk free and risky portfolios.

تخصيص رأس المال: بين المحفظة الخالية من المخاطر والمحفظة ذات المخاطر

Example 176-177

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com



Money market → where SHORT-TERM securities are traded such as Treasury Bills, negotiable certificate of deposits and commercial paper.

سوق المال (Money Market): هو السوق الذي يتم فيه تداول الأوراق المالية قصيرة الأجل، مثل <أذونات الخزينة(Treasury Bills) , شهادات الإيداع القابلة للتداول(Negotiable CDs) , والأوراق التجارية(Commercial Paper) .

Y → Weight of the risky portfolio in the complete portfolio

الوزن المخصص للمحفظة ذات المخاطر ضمن المحفظة الكاملة

$$Y = \frac{P}{C} = \frac{\$210,000}{\$300,000} = 0.7$$

1-Y → Weight of risk-free asset in the complete portfolio

الوزن المخصص للأصل الخالي من المخاطر ضمن المحفظة الكاملة

1-0.7= 0.3 or $\frac{\$90,000}{\$300,000} = 0.3$

W_e "Weight equity fund in the risky portfolio"

وزن صندوق الأسهم داخل المحفظة ذات المخاطر

STUDENTS-HUB.com

$We = \frac{\$113,400}{\$210,000} = 0.54$ or (1- W_d)

W_d "Weight bond fund in the risky portfolio"

وزن صندوق السندات داخل المحفظة ذات المخاطر

$Wd = \frac{\$96,600}{\$210,000} = 0.46$ or (1- W_e)

W_e "Weight equity fund in the COMPLETE portfolio"

وزن صندوق الأسهم داخل المحفظة الكاملة

$We = \frac{\$113,400}{\$300,000} = 0.378$ or Y- W_d

Wd "Weight bond fund in the COMPLETE portfolio"

وزن صندوق السندات داخل المحفظة الكاملة

$Wd = \frac{\$96,600}{\$300,000} = 0.322$ or Y- W_e

Notes:

In the risky portfolio, the weights of debt and equity must sum to 1 (100%)

في المحفظة ذات المخاطر :يجب أن يكون مجموع أوزان السندات والأسهم مساوياً لـ 1(100%)

In the complete portfolio, the weights of debt and equity must sum to Y (the total share allocated to the risky portfolio)

في المحفظة الكاملة :يجب أن يكون مجموع أوزان السندات والأسهم مساوياً لـ Y (النسبة المخصصة للمحفظة ذات المخاطر).

Therefore Y = W_e + W_d

Suppose that the investor wishes to decrease y down to 0.56

لنفترض أن المستثمر يرغب في خفض Y إلى 0.56

Before قبلY=0.7 → now الان Y=0.56

1. Money invested in the risky portfolioالاموال المستثمرة في المحفظة الخالية من المخاطر = \$300,000 *0.56 = \$168,000
2. Decrease in the money invested in the risky portfolio انخفاض الأموال المستثمرة في المحفظة الخالية من المخاطر= \$210,000 -\$168,000 = \$42,000

STUDENTS-HUB.com

3. Money invested in the risk-free portfolio you can have these three ways to calculate:

الأموال المستثمرة في المحفظة الخالية من المخاطر يمكنك الحصول على هذه الطرق الثلاث لحسابها:

- $90,000 + $42,000 = $132,000
- $300,000 - $168,000 = $132,000
- $300,000 * (1-0.56) = $132,000

Complete Portfolio "C" المحفظة الكاملة	Weight الوزن	Return العائد	Risk الخطر
Risk Free Portfolio "F" المحفظة الخالية من المخاطر	1-y	Rf	Zero "0"
Risky Portfolio "P" المحفظة ذات المخاطر	y	r_p	σ_p

$$Return\ of\ the\ complete\ portfolio\ "r_c" = \sum Weight * return$$

$$r_c = (1-y) * Rf + (y) * r_p$$

After arranging the equation: **بعد إعادة ترتيب المعادلة:**

$$r_c = Rf - y * Rf + y * r_p$$

STUDENTS-HUB.com

$$r_c = Rf + y * r_p - y * Rf$$

The equation becomes like this: تصبح المعادلة هكذا:

$$r_c = Rf + y * (r_p - Rf)$$

After taking the expectations

$$E(r_c) = Rf + y * (E(r_p) - Rf)$$

After taking the risk

σ_c : is the Standard Deviation of the complete portfolio (Measure of risk)

هو الانحراف المعياري للمحفظة الكاملة (مقياس الخطر)

$$\sigma_c = 0 + y * (\sigma_p - 0)$$

$$\sigma_c = y * (\sigma_p)$$

We can also write like this: يمكننا كتابة المعادلة بهذا الشكل أيضًا:

$$y = \frac{\sigma_c}{\sigma_p}$$

Applying it into the second equation: تطبيقها في المعادلة الثانية:

$$E(r_c) = Rf + y * (E(r_p) - Rf)$$

$$E(r_c) = Rf + \frac{\sigma_c}{\sigma_p} * (E(r_p) - Rf)$$

We will also rearrange the equation to make it look like a slope equation for the COMPLETE PORTFOLIO

Slope equation → Y = m*x +b

Y → Dependent variable→ $E(r_c)$

m → Slope → Sharpe ratio → $\frac{(E(r_p) - Rf)}{\sigma_p}$

x → Independent variable → σ_c

b → Y-intercept → Rf

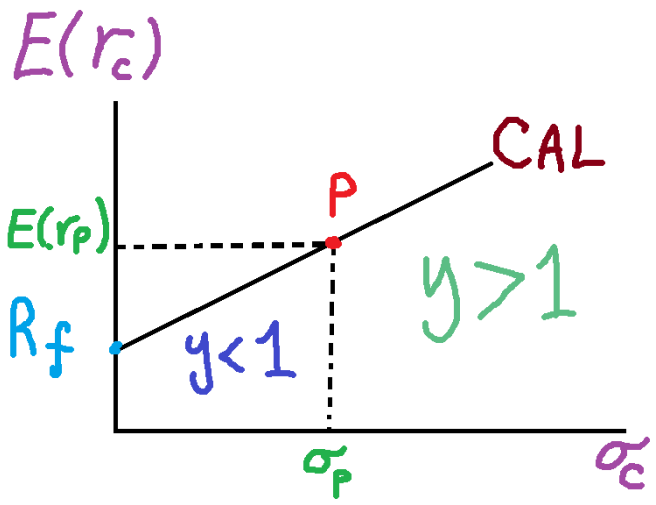
Applying the slope equation now

$$Y = m * x + b$$

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com

$$E(r_c) = \frac{(E(r_p) - Rf)}{\sigma_p} * \sigma_c + Rf$$



When Y < 1, it means the investor is conservative, investing less than 100% in the risky portfolio (P) and allocating the remaining amount to the risk-free asset (Rf).

عندما Y1، فهذا يعني أن المستثمر محافظ ويستثمر جزء فقط من أمواله في المحفظة الخطرة(P) ، والباقي في الأصل الخالي من المخاطر.(Rf)

Example: If Y = 0.7 → the investor allocates 70% to P and 30% to Rf.

مثال: إذا Y = 0.7 → 70% في P و30% في Rf.

When Y > 1, it indicates the investor is aggressive. They borrow money to invest more than 100% in the risky portfolio (P).

أما عندما Yأكبر من 1، فالمستثمر يكون مغامر، حيث يستلف أموال ليزيد استثماره في المحفظة الخطرة لأكثر من 100%.

Example: If Y = 1.2 → the investor invests 120% in P, financed by borrowing 20%. This implies the portfolio weights are:
P = 120%, Rf = –20%.

مثال: إذا Y = 1.2 → يستثمر 120% في P ويمول 20% عن طريق الاستدانة. إذًا:
P = 120%، و Rf = –20%.

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

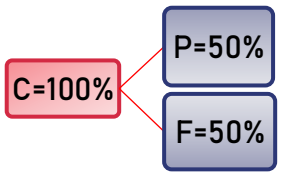
STUDENTS-HUB.com

CAL "Capital Allocation Line" → It depicts all risk-return combinations available to investors.

- Upward sloping line; because higher risk, higher return.
- Slope of the CAL → Sharpe ratio "Reward to volatility ratio"
  The increase in expected return of the complete portfolio per unit of additional standard deviation [incremental return per incremental risk].

Example page 180-181:

A portfolio equally divided between the risky asset and the risk-free asset.
That is:



Know that $E(r_P)$= 15%, σ_P=22%, and R_f =7%

1) Calculate $E(r_C)$ & σ_C?
   a) For $E(r_c)$

$$E(r_c) = Rf + y\ for\ P * (E(r_p) - Rf)$$
$$E(r_c) = 0.07 + 0.5 * (0.15 - 0.07)$$
$$E(r_c) = 0.11$$

   b) For σ_C

$$y * \sigma_p = \sigma_c$$
$$\sigma_c = 0.5 * 0.22 = 0.11$$

   c) *If they asked to calculate Sharpe ratio for risky portfolio and complete portfolio*:

$$S_p = \frac{E(r_p) - Rf}{\sigma_p} = \frac{0.15 - 0.07}{0.22} = 0.36$$
$$S_c = \frac{E(r_c) - Rf}{\sigma_c} = \frac{0.11 - 0.07}{0.11} = 0.36$$

Notice that they should give the same answer because they have the same slope, BUT there is only one case that make it different…

   d) Suppose the investment budget is $300,000 and our investor borrows an additional $120,000, investing the total available funds in the risky asset. This is a levered position in the risky asset, financed in part by borrowing.

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com

What is y?

$$y = \frac{Investment\ Budget\ + Borrowings}{Investment\ Budget}$$

$$y = \frac{\$300,000 + \$120,000}{\$300,000} = \frac{\$420,000}{\$300,000} = 1.4 > 1$$

1-y → 1-1.4 = -0.4 => short sale of Rf.

E(rc) =?

$$E(r_c) = 0.07 + 1.4 * (0.15 - 0.07)$$
$$E(r_c) = 0.182\ or\ 18.2\%$$

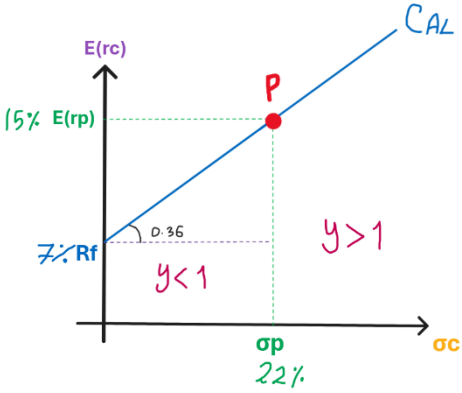
And for σ_C

$$y * \sigma_p = \sigma_c$$
$$1.4 * 0.22 = \sigma_c$$
$$\sigma_c = 0.308\ or\ 30.8\%$$

To calculate Sharpe ratio for both risky and complete portfolio:

$$S_c = \frac{E(r_c) - Rf}{\sigma_c} = \frac{0.182 - 0.07}{0.308} = 0.36$$

It is completely the same; because the investor is assumed to be borrowing money at risk free rate Rf

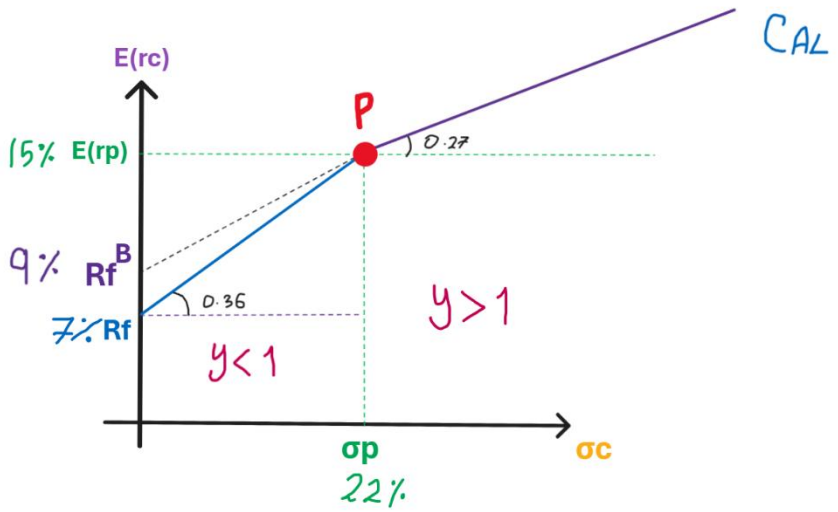


Suppose that borrowing rate Rf^B is 9%

$$S_p = \frac{E(r_p) - Rf^B}{\sigma_p} = \frac{0.15 - 0.09}{0.22} = 0.27$$

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com



Risk tolerance and asset allocation: تحمل المخاطر وتخصيص الأصول

We already know the Utility Maximization Score equation "U"

نحن نعلم بالفعل معادلة درجة تعظيم المنفعة "U"

$$MAX_y U = E(r_C) - \frac{1}{2} * A * \sigma_C^2$$

So, I want to turn it into an OPTIMAL equation "y*" reach MAX U

لذا ، أريد تحويلها إلى معادلة مثالية "y *" تصل إلى أعلى منفعة.

STEP 1: we need to convert the equation into an equation that has y in it.

الخطوة الاولى: نحتاج إلى تحويل هذه المعادلة إلى معادلة تحتوي على y.

$$E(r_c) = Rf + y * [E(r_p) - Rf]$$

$$MAX_y U = Rf + y * [E(r_p) - Rf] - \frac{1}{2} * A * \sigma_C^2$$

And we also know that ونحن نعلم أيضا أن

$$\sigma_c = y * \sigma_p$$
$$\sigma_c^2 = y^2 * \sigma_p^2$$

Therefore: لذلك:

$$MAX_y U = Rf + y^1 * [E(r_p) - Rf] - \frac{1}{2} * A * y^2 * \sigma_p^2$$

STEP 2: Take the derivative of U with respect to Y

الخطوة الثانية: خذ مشتقة معادلة U بالنسبة لY

STUDENTS-HUB.com

$$\frac{du}{dy} = 0 + 1y^0 * [E(r_p) - Rf] - \frac{1}{2} * A * 2y^1 * \sigma_p^2$$

$$\frac{du}{dy} = 1 * [E(r_p) - Rf] - A * y * \sigma_p^2$$

STEP 3: Let $\frac{du}{dy}$ = 0, and solve for y

الخطوة الثالثة: اجعل المشتقة تساوي صفر, وحل المعادلة بالنسبة ل Y

$$0 = E(r_p) - Rf - A * y * \sigma_p^2$$

$$y * A * \sigma_p^2 = E(r_p) - Rf$$

$$y^* = \frac{E(r_p) - Rf}{A * \sigma_p^2}$$

Example 182-183:

E (r_p)= 15%

σ_p= 22%

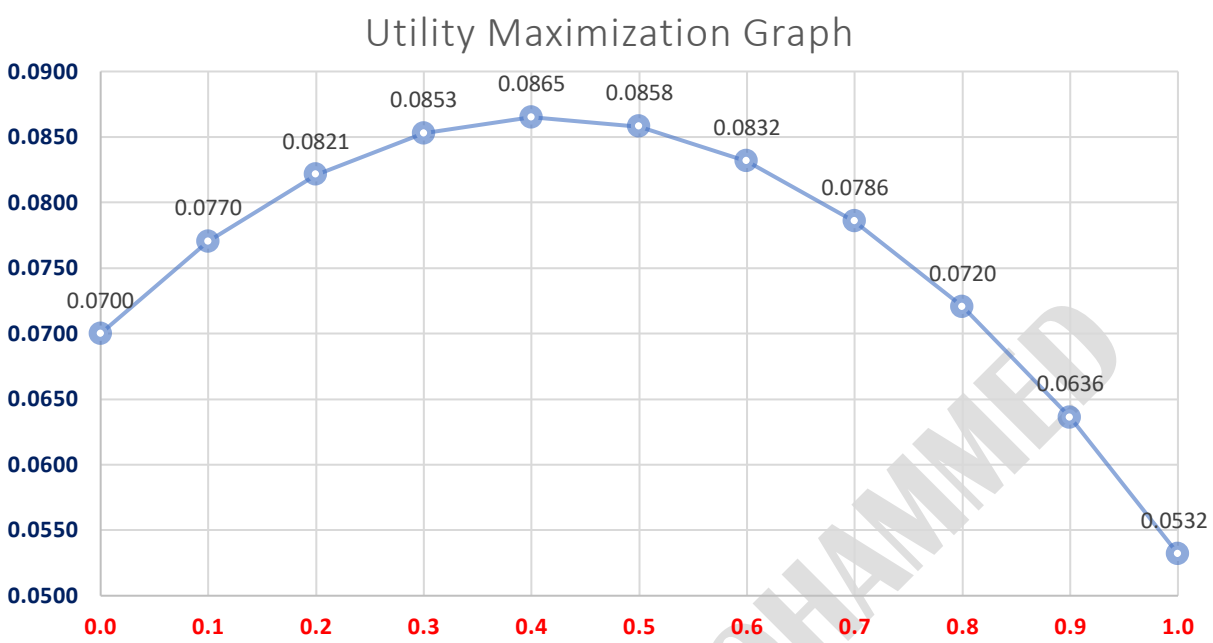
Rf = 7%

A = 4

y	$E(r_c) = Rf + y * [E(r_p) - Rf]$	$\sigma_c = y * \sigma_p$	$U = E(r_C) - \frac{1}{2} * A * \sigma_C^2$
0	$E(r_c) = 0.07 + 0 * [0.15 - 0.07]$ 0.07 or 7%	$\sigma_c = 0 * 0.22$ 0	$U = 0.07 - \frac{1}{2} * 4 * 0^2$ 0.07 – 0 = 0.07
0.1	$E(r_c) = 0.07 + 0.1 * [0.15 - 0.07]$ 0.078 or 7.8%	$\sigma_c = 0.1 * 0.22$ 0.022	$U = 0.078 - \frac{1}{2} * 4 * 0.022^2$ 0.078 – 0.000968 = 0.0770
0.2	0.086	0.044	0.086 – 0.003872 = 0.0821
0.3	0.094	0.066	0.094 – 0.008712= 0.0852
0.4	0.102	0.088	0.102 – 0.015488= 0.0865
0.5	0.1100	0.1100	0.110 – 0.0242 = 0.0858
0.6	0.1180	0.1320	0.118 – 0.0348 = 0.0832
0.7	0.1260	0.1540	0.126 – 0.0474= 0.0786
0.8	0.1340	0.1760	0.134 – 0.06195 = 0.0720
0.9	0.142	0.1980	0.142 – 0.07840 = 0.0636
1	0.150	0.2200	0.150- 0.0968 = 0.0532

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com



From the graph, we know that approximately 0.4 has the highest utility. We are not sure if 0.4 is really the highest point because the question gives us an approximate y's. So, to know the absolute number, you should do this:

من الرسم البياني ، نعلم أن 0.4تقريبا له أعلى فائدة .لسنا متأكدين مما إذا كانت 0.4هي أعلى نقطة لأن السؤال يعطينا yتقريبيا .لذلك ، لمعرفة الرقم المطلق ، يجب عليك القيام بما يلي:

$$y^* = \frac{E(r_p) - Rf}{A * \sigma_p^2}$$

$$y^* = \frac{0.15 - 0.07}{4 * (0.22)^2}$$

$$y^* = 0.413223140 \approx 0.41$$

This investor will invest 41% of the investment budget in the risky asset and 59% in the risk-free asset.

سيستثمر هذا المستثمر 41٪ من ميزانية الاستثمار في الأصل الخطير و 59٪ في الأصول الخالية من المخاطر.

Now, we will find E(r_c) & σ_c الآن, نجد العائد المتوقع والانحراف المعياري:

$$E(r_c) = Rf + y^* * [E(r_p) - Rf]$$

$$E(r_c) = 0.07 + 0.41 * [0.15 - 0.07]$$

$$E(r_c) = 10.28\%$$

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com

$$\sigma_c = y^* * \sigma_p$$

$$\sigma_c = 0.41 * 0.22$$

$$\sigma_c = 0.0902 \; or \; 9.02\%$$

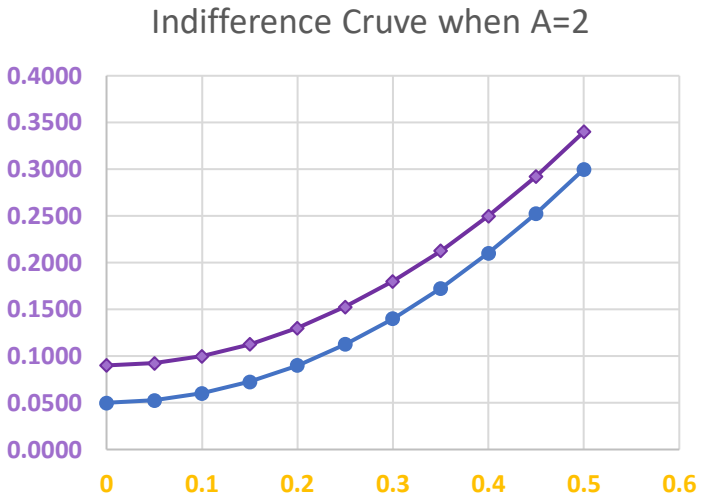
Example page 184 (continued):

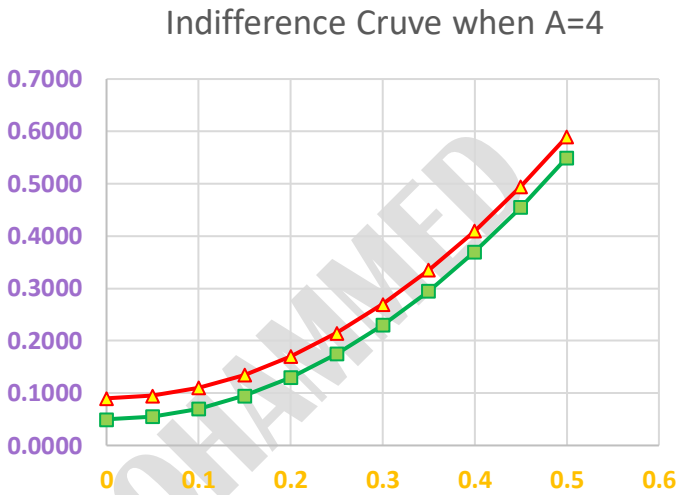
$E(r) = U + \frac{1}{2} * A * \sigma^2$ → **Answers are inside of the table**

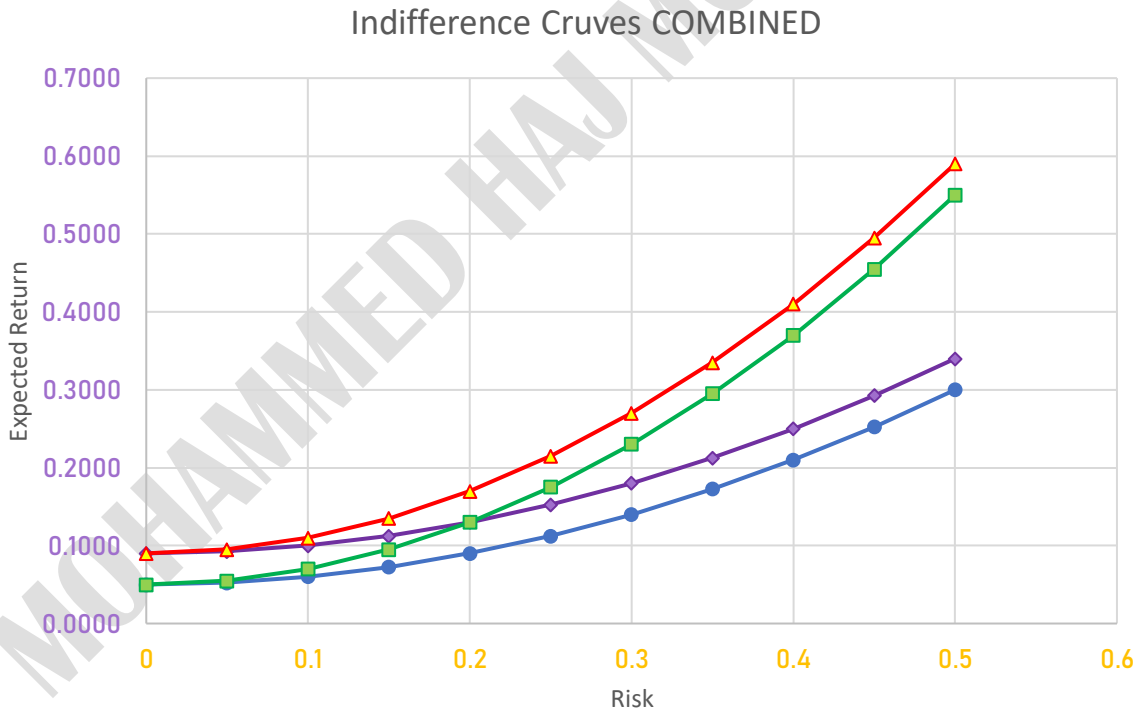
	A=2		A=4	
σ	U=0.05	U=0.09	U=0.05	U=0.09
0	$E(r) = 0.05 + \frac{1}{2} * 2 * 0^2$ 0.0500	0.0900	$E(r) = 0.05 + \frac{1}{2} * 4 * 0^2$ 0.0500	0.0900
0.05	0.0525	0.0925	0.0550	0.0950
0.10	0.0600	0.1000	0.0700	0.1100
0.15	0.0725	0.1125	0.0950	0.1350
0.20	0.0900	0.1300	0.1300	0.1700
0.25	0.1125	0.1525	0.1750	0.2150
0.30	0.1400	0.1800	0.2300	0.2700
0.35	0.1725	0.2125	0.2950	0.3350
0.40	0.2100	0.2500	0.3700	0.4100
0.45	0.2525	0.2925	0.4550	0.4950
0.50	0.3000	0.3400	0.5500	0.5900

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com







MOHAMMED HAJ MOHAMMED

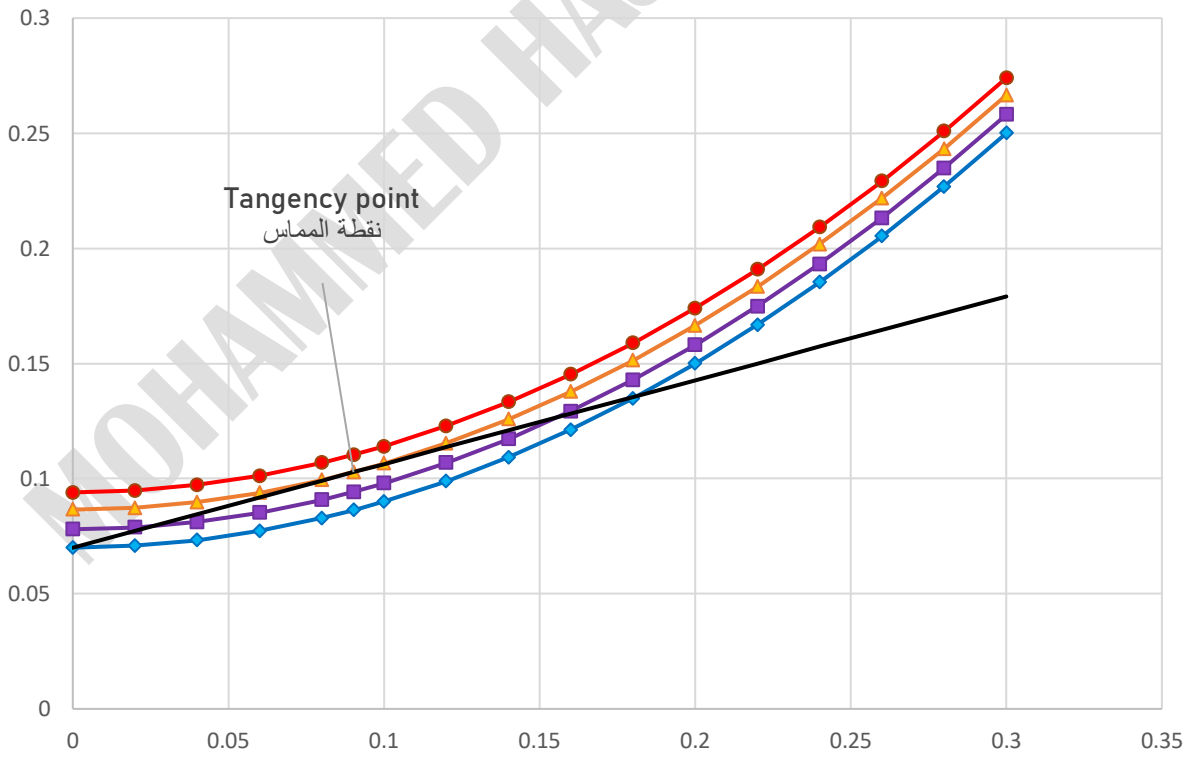
STUDENTS-HUB.com

A=4

σ	U=0.07	U=0.078	U=0.08653	U=0.0940	CAL
0	$E(r) = 0.07 + \frac{1}{2} * 4 * 0^2$ 0.07	0.078	0.08653	0.0940	0.07
0.0200	0.0708	0.0788	0.0873	0.0948	0.0773
0.0400	0.0732	0.0812	0.0897	0.0972	0.0845
0.0600	0.0772	0.0852	0.0937	0.1012	0.0918
0.0800	0.0828	0.0908	0.0993	0.1068	0.0991
0.0902	0.0863	0.0943	0.1028	0.1103	0.1028
0.1000	0.0900	0.0980	0.1065	0.1140	0.1064
0.1200	0.0988	0.1068	0.1153	0.1228	0.1136
0.1400	0.1092	0.1172	0.1257	0.1332	0.1209
0.1600	0.1212	0.1292	0.1377	0.1452	0.1282
0.1800	0.1348	0.1428	0.1513	0.1588	0.1355
0.2000	0.1500	0.1580	0.1665	0.1740	0.1427
0.2200	0.1668	0.1748	0.1833	0.1908	0.1500

The goal from this table is to find the optimal curve (tangent line to the CAL)

الهدف من هذا الجدول هو إيجاد المنحنى الأمثل (خط المماس لCAL)



MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com

Investors can build their portfolios using a passive strategy, which means they do not try to choose specific winning stocks or time the market. Instead, they invest in entire market indexes, like the S&P 500, through index funds or ETFs. This strategy avoids doing any detailed research or analysis on individual companies. The goal is to match the market's performance, not beat it, and it usually involves lower costs and less effort.

يمكن للمستثمرين أن يُنشئوا محافظهم الاستثمارية باستخدام **استراتيجية سلبية**(Passive Strategy) ، وهذا يعني أنهم **لا يحاولون اختيار أسهم معينة** يعتقدون أنها ستتفوق على غيرها، ولا يحاولون توقيت السوق (أي الشراء أو البيع بناءً على التوقعات).

بدلاً من ذلك، يقومون بالاستثمار في **مؤشرات السوق الكاملة** مثل مؤشر S&P 500 ، وذلك من خلال صناديق المؤشرات (Index Funds) أو الصناديق المتداولة.(ETFs)

هذه الاستراتيجية **تتجنب أي تحليل مباشر أو غير مباشر للأوراق المالية** (أي تحليل الشركات والأسهم).

الهدف منها هو **تحقيق عائد يساوي أداء السوق**، وليس التفوق عليه، وهي عادةً **أقل تكلفة وأسهل في الإدارة**.

ملاحظة: حيتم شرحها اكثر لبعدين انتوا ما عليكم غير انكم تفهموا شو يعني Passive strategy بشكل عام.

END OF THE CHAPTER

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com

Practice Questions – Let's Apply What You've Learned

STUDENTS-HUB.com

Use these inputs for Problems 13 through 19: You manage a risky portfolio with expected rate of return of 18% and standard deviation of 28%. The T-bill rate is 8%.

استخدم هذه المُدخلات لحل الأسئلة من 13 إلى 19: أنت تدير محفظة استثمارية عالية المخاطرة بعائد متوقّع مقداره 18% وانحراف معياري مقداره 28%. معدل فائدة أذونات الخزانة (T-bill) هو 8%.

13. Your client chooses to invest 70% of a portfolio in your fund and 30% in a T-bill money market fund. What is the expected value and standard deviation of the rate of return on his portfolio?

13. اختار عميلك أن يستثمر 70% من محفظته في صندوقك و30% في صندوق سوق النقد المرتبط بأذونات الخزانة. ما القيمة المتوقعة والانحراف المعياري لمعدل العائد على محفظته؟

Givens: المعطيات:

$E(r_P) = 0.18$

$\sigma_P = 0.28$

Rf or T-bill= 0.08

Y "Weight of the risky portfolio in a complete portfolio" = 0.7

1-Y "Weight of the risk-free portfolio in a complete portfolio" = 0.3

$E(r_c)$=?

$$E(r_c) = Rf + y * (E(r_p) - Rf)$$

$$E(r_c) = 0.08 + 0.7 * (0.18 - 0.08)$$

$$E(r_c) = 0.15$$

σ_c=?

$$\sigma_c = y * \sigma_p$$

$$\sigma_c = 0.7 * 0.28$$

$$\sigma_c = 0.196$$

14. Suppose that your risky portfolio includes the following investments in the given proportions:

14. لنفترض أن محفظتك الخطرة تتضمن الاستثمارات التالية بالنسب المعطاة:

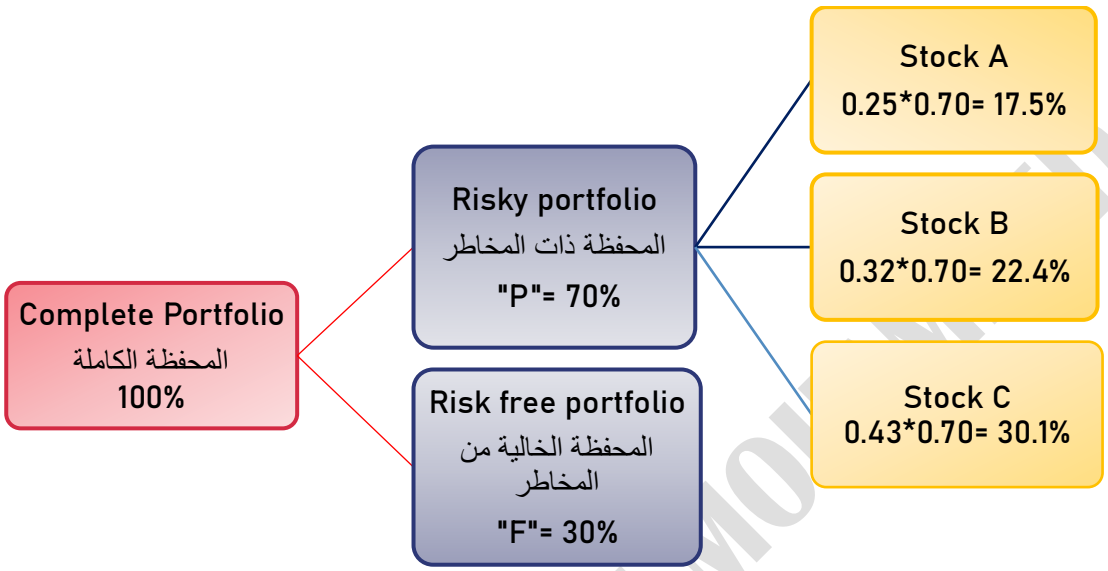
Stock A 25%
Stock B 32%
Stock C 43%

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com

What are the investment proportions of your client's overall portfolio, including the position in T-bills?

ما هي نسب الاستثمار في المحفظة الكلية لعميلك، بما في ذلك الاستثمار في أذونات الخزانة؟



15. What is the reward-to-volatility ratio (S) of your risky portfolio? Your client's?

15. ما هو معدل العائد إلى التقلب (S) في محفظتك الخطرة؟ وما هو بالنسبة لمحفظة عميلك؟

reward-to-volatility ratio = Sharpe ratio

reward-to-volatility ratio of my risky portfolio:

$$S_p = \frac{E(r_p) - Rf}{\sigma_p} = \frac{0.18 - 0.08}{0.28} = 0.357$$

reward-to-volatility ratio of my client's portfolio:

$$S_c = \frac{E(r_c) - Rf}{\sigma_c} = \frac{0.15 - 0.08}{0.196} = 0.357$$

16. Draw the CAL of your portfolio on an expected return–standard deviation diagram. What is the slope of the CAL? Show the position of your client on your fund's CAL.

16. ارسم خط التخصيص الرأسي (CAL) لمحفظتك على مخطط العائد المتوقع مقابل الانحراف المعياري. ما هو ميل خطCAL ؟ وضّح موقع عميلك على خط CAL الخاص بصندوقك.

$E(r_c)$= 15%

$E(r_p)$= 18%

STUDENTS-HUB.com

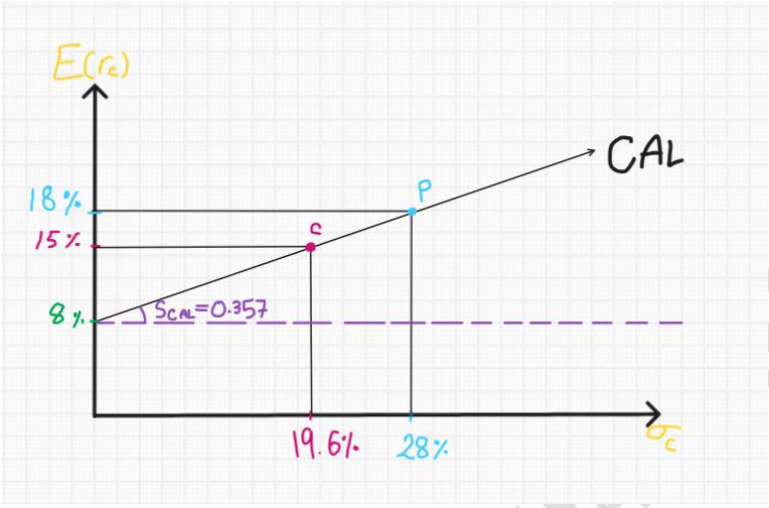
σ_c= 19.6%

σ_p= 28%

Rf= 8%

Calculating the slope (Sharpe ratio)

$$S_{CAL} = \frac{E(r_p) - Rf}{\sigma_p} = \frac{0.18 - 0.08}{0.28} = 0.357$$



17. Suppose that your client decides to invest in your portfolio a proportion y of the total investment budget so that the overall portfolio will have an expected rate of return of 16%.

17. افترض أن عميلك قرر أن يستثمر نسبة y من الميزانية الكلية في محفظتك، بحيث يكون العائد المتوقع للمحفظة الكلية 16%.

a. What is the proportion y? ما هي نسبة الاستثمار y؟

$E(r_c)$= 16%, y=?

$$E(r_c) = Rf + y * (E(r_p) - Rf)$$

$$0.16 = 0.08 + y * (0.18 - 0.08)$$

$$0.16 = 0.08 + y * (0.10)$$

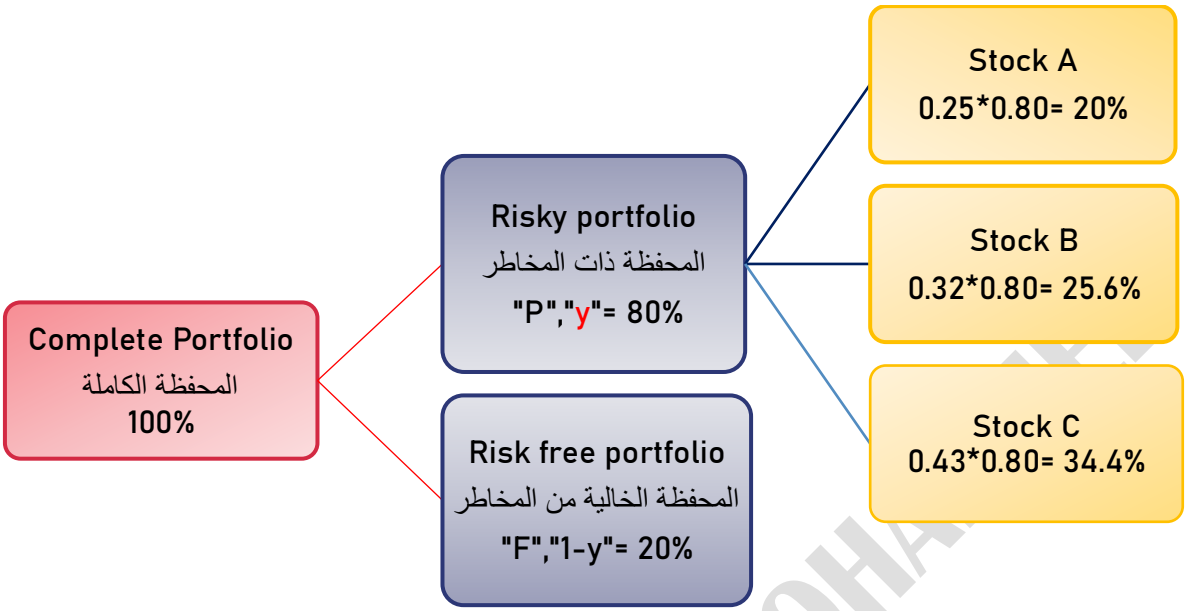
$$0.08 = y * (0.10)$$

$$0.80 = y$$

b. What are your client's investment proportions in your three stocks and the T-bill fund?

STUDENTS-HUB.com

b. ما هي نسب استثمار عميلك في الأسهم الثلاثة وصندوق أذونات الخزانة؟



c. What is the standard deviation of the rate of return on your client's portfolio?

c. ما هو الانحراف المعياري لمعدل العائد على محفظة عميلك؟

$$\sigma_c = y * \sigma_p$$
$$\sigma_c = 0.8 * 0.28$$
$$\sigma_c = 0.224$$

18. Suppose that your client prefers to invest in your fund a proportion y that maximizes the expected return on the complete portfolio subject to the constraint that the complete portfolio's standard deviation will not exceed 18%.

18. افترض أن عميلك يفضّل استثمار نسبة y في صندوقك بحيث يتم تعظيم العائد المتوقع للمحفظة الكلية بشرط ألا يتجاوز الانحراف المعياري للمحفظة الكلية 18%.

a. What is the investment proportion, y? ما هي نسبة الاستثمار y؟

σ_c= 18%, y=?

$$y = \frac{\sigma_c}{\sigma_p}$$
$$y = \frac{0.18}{0.28} = 0.643$$

b. What is the expected rate of return on the complete portfolio?

b. ما هو معدل العائد المتوقع للمحفظة الكلية؟

$E(r_c)$=?

STUDENTS-HUB.com

$$E(r_c) = Rf + y * (E(r_p) - Rf)$$

$$E(r_c) = 0.08 + 0.643 * (0.018 - 0.08)$$

$$E(r_c) = 0.1443 \; or \; 14.43\%$$

19. Your client's degree of risk aversion is A= 3.5.

19. درجة النفور من المخاطرة لدى عميلك هي A = 3.5.

a. What proportion, y, of the total investment should be invested in your fund?

a. ما هي نسبة الاستثمار y من الميزانية الكلية التي يجب استثمارها في صندوقك؟

$$y^* = \frac{E(r_p) - Rf}{A * \sigma_p^2}$$

$$y^* = \frac{0.18 - 0.08}{3.5 * (0.28)^2}$$

$$y^* = 0.3644 \; or \; 36.44\%$$

b. What is the expected value and standard deviation of the rate of return on your client's optimized portfolio?

b. ما القيمة المتوقعة والانحراف المعياري لمعدل العائد على محفظة عميلك المثلى؟

$E(r_c)$=?

$$E(r_c) = Rf + y^* * [E(r_p) - Rf]$$

$$E(r_c) = 0.08 + 0.3644 * [0.18 - 0.08]$$

$$E(r_c) = 0.11644 \; or \; 11.644\%$$

σ_c=?

$$\sigma_c = y^* * \sigma_p$$

$$\sigma_c = 0.3644 * 0.28$$

$$\sigma_c = 0.1020 \; or \; 10.2\%$$

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com

21. Consider the following information about a risky portfolio that you manage, and a risk-free asset: E (r_p)= 11%, σ_p= 15%, Rf = 5%.

a. Your client wants to invest a proportion of her total investment budget in your risky fund to provide an expected rate of return on her overall or complete portfolio equal to 8%. What proportion should she invest in the risky portfolio, P, and what proportion in the risk-free asset?

عميلتك ترغب في استثمار جزء من ميزانيتها الاستثمارية الكلية في محفظتك الخطرة بحيث تحقق عائداً متوقعاً على محفظتها الكاملة يعادل 8%. ما النسبة التي يجب أن تستثمرها في المحفظة الخطرةP ، وما النسبة في الأصل الخالي من المخاطر؟

$E(r_c)$= 8%, y=?, 1-y=?

$$E(r_c) = Rf + y * (E(r_p) - Rf)$$

$$0.08 = 0.05 + y * (0.11 - 0.05)$$

$$0.08 = 0.05 + y * (0.06)$$

$$0.03 = y * (0.06)$$

$$0.50 = y$$

1-y = 1-0.5 = 0.5 risk free portfolio weight

b. What will be the standard deviation of the rate of return on her portfolio?

ما هو الانحراف المعياري لمعدل العائد على محفظتها؟

σ_c=?

$$\sigma_c = y * \sigma_p$$

$$\sigma_c = 0.5 * 0.15$$

$$\sigma_c = 0.075 \; or \; 7.5\%$$

c. Another client wants the highest return possible subject to the constraint that you limit his standard deviation to be no more than 12%. Which client is more risk averse?

عميل آخر يريد أعلى عائد ممكن بشرط أن لا يتجاوز الانحراف المعياري لمحفظته 12%. أي من العميلين أكثر تجنباً للمخاطر؟

σ_{c2}= 12% (Second client الزبون الثاني)

The first client is more risk averse than the second client.

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com

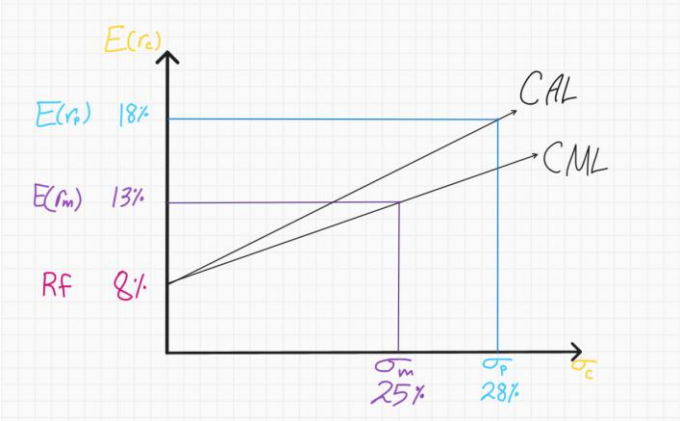
العميل الأول أكثر تجنبا من المخاطرة من العميل الثاني.

Problem 27: You estimate that a passive portfolio, that is, one invested in a risky portfolio that mimics the S&P 500 stock index, yields an expected rate of return of 13% with a standard deviation of 25%. You manage an active portfolio with expected return 18% and standard deviation 28%. The risk-free rate is 8%.

مسألة 27: تقُدرّ أن المحفظة الساكنة، أي المحفظة التي تستثمر في محفظة خطرة تحاكي مؤشر S&P 500، تحقق معدل عائد متوقع 13% بانحراف معياري 25%. بينما تدير أنت محفظة نشطة بعائد متوقع 18% وانحراف معياري 28%. معدل العائد الخالي من المخاطر هو 8%.

a. Draw the CML and your funds' CAL on an expected return–standard deviation diagram.

ارسم خط السوق للأوراق المالية (CML) وخط تخصيص رأس المال (CAL) لصندوقك على مخطط يوضح العائد المتوقع مقابل الانحراف المعياري.



b. What is the slope of the CML? ما هو ميل خط السوق للأوراق المالية

$$S_m = \frac{E(r_m) - Rf}{\sigma_m} = \frac{0.13 - 0.08}{0.25} = 0.2$$

CFA Problems:

Use the following data in answering CFA Problems 1–3:

Utility Formula Data

Investment	Expected Return	Standard Deviation
1	0.12	0.30
2	0.15	0.50
3	0.21	0.16
4	0.24	0.21

MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com

1. On the basis of the utility formula above, which investment would you select if you were risk averse with A=4?

$$U = E(r) - \frac{1}{2} * A * \sigma^2$$

Investment 1: $U = 0.12 - \frac{1}{2} * 4 * (0.30)^2 = -0.06$

Investment 2: $U = 0.15 - \frac{1}{2} * 4 * (0.50)^2 = -0.35$

Investment 3: $U = 0.21 - \frac{1}{2} * 4 * (0.16)^2 = 0.1588$

Investment 4: $U = 0.24 - \frac{1}{2} * 4 * (0.21)^2 = 0.1518$

I'll choose Investment 3; because it has the highest Utility score with 15.88%

سأختار الاستثمار 3؛ لأنه حصل على أعلى درجة منفعة بنسبة 15.88٪

2. On the basis of the utility formula above, which investment would you select if you were risk neutral?

Risk neutral → A=0

So, I'll choose the investment with the highest expected return. Therefore, I'll choose Investment 4

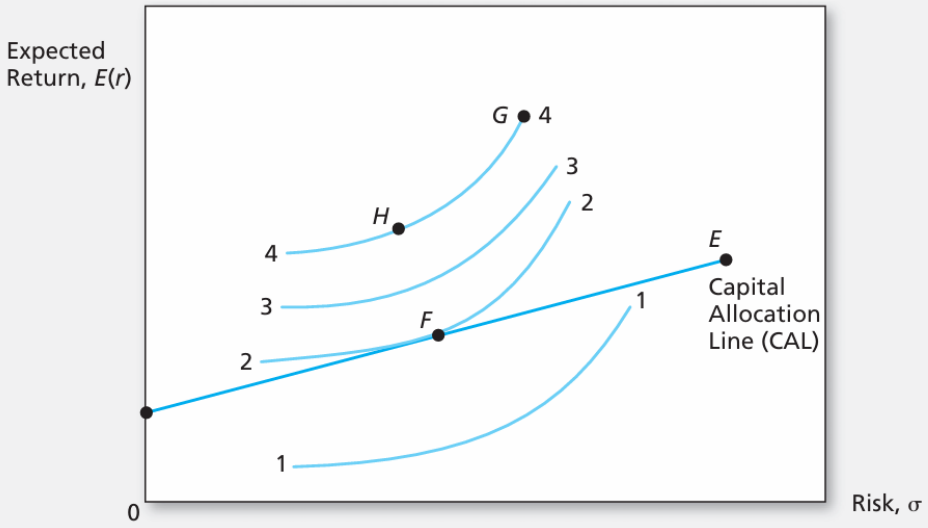
3. The variable (A) in the utility formula represents the:
a. investor's return requirement.
b. investor's aversion to risk.
c. certainty equivalent rate of the portfolio.
d. preference for one unit of return per four units of risk.

Answer: b. investor's aversion to risk.

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com

Use the following graph to answer CFA Problems 4 and 5.



4. Which indifference curve represents the greatest level of utility that can be achieved by the investor?

Curve (2)

5. Which point designates the optimal portfolio of risky assets?

Point (F)

6. Given $100,000 to invest, what is the expected risk premium in dollars of investing in equities versus risk-free T-bills on the basis of the following table?

Action	Probability	Expected return
Invest in equities	0.6	$50,000
	0.4	-$30,000
Invest in risk-free T-bills	1.0	$5,000

Expected risk Premium = E(r)-Rf

E(r) = $\sum P * E(r)$

E(r) = [(0.6 *$50,000) + (0.4*-$30,000)] = [$30,000 -$12,000] = $18,000

Expected risk Premium = $18,000 - $5000= $13,000

7. The change from a straight to a kinked capital allocation line is a result of the:
a. Reward-to-volatility ratio increasing.
b. Borrowing rate exceeding the lending rate.
c. Investor's risk tolerance decreasing.
d. Increase in the portfolio proportion of the risk-free asset.

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com

Answer: b. Borrowing rate exceeding the lending rate.

8. You manage an equity fund with an expected risk premium of 10% and an expected standard deviation of 14%. The rate on Treasury bills is 6%. Your client chooses to invest $60,000 of her portfolio in your equity fund and $40,000 in a T-bill money market fund. What is the expected return and standard deviation of return on your client's portfolio?

ERP= 10%, σ= 14%, Rf= 6%.

Risky Portfolio= $60,000, Risk-free Portfolio= $40,000

To calculate Y, and 1-Y

Complete Portfolio = Risky portfolio + Risk-free portfolio

Complete Portfolio = $60,000 + $40,000

Complete Portfolio= $100,000

$$y = \frac{Risky\ portfolio}{Complete\ Portfolio} = \frac{\$60{,}000}{\$100{,}000} = 0.6\ or\ 60\%$$

1-y → 1-0.6 = 0.4 or 40%

OR

$$1 - y = \frac{Risk - free\ Portfolio}{Complete\ portfolio} = \frac{\$40{,}000}{\$100{,}000} = 0.4\ or\ 40\%$$

Now, To calculate E(r)

$$E(r_c) = Rf + y * ERP$$

$$E(r_c) = 0.06 + 0.6 * 0.10$$

$$E(r_c) = 0.12$$

And σ_c

$$\sigma_c = y * \sigma_p$$

$$\sigma_c = 0.6 * 0.14$$

$$\sigma_c = 0.084$$

9. What is the reward-to-volatility ratio for the equity fund in CFA Problem 8?

$$S_p = \frac{ERP}{\sigma_p} = \frac{0.10}{0.14} = 0.714$$

MOHAMMED HAJ MOHAMMED

STUDENTS-HUB.com