Fundamental of Signals

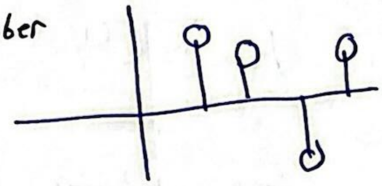
Signals

وكأنها فنكشن بتعتمد على parameter معين وقد تكون continuous or discreet ووصف لسلوك معين بوصف ظاهرة فيزيائية فطرية او تحليل رياضي

- $x(t)$ → continuous Signal

- $x[n]$ → Discrete Signal

n → integer number



كون التايم بوخذ كل القيم اي فاليو بتنزلها

معاي الاشارة بتهمني لما اتعامل مع current voltage ومعاي الاشارات ببسك time

---

Periodic & aperiodic

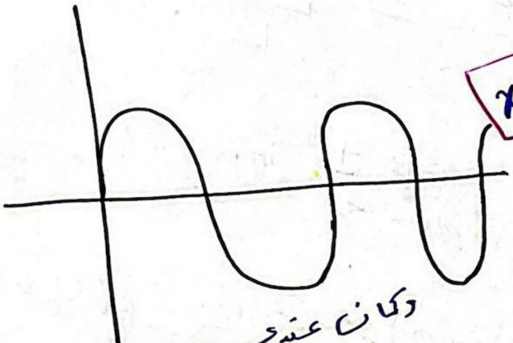
المعادلة العامة!

$$\boxed{x(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi)}$$

A → Amplitude $\in \mathbb{R}^+$

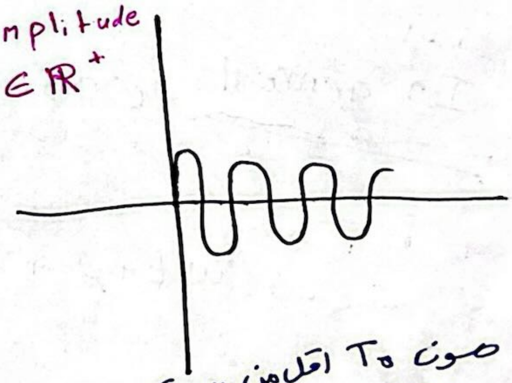
$\omega_0 \in \mathbb{R}$

ϕ → phase shift $\in \mathbb{R}$



وكان عندي الاشارة بتكرر بحالها (بنفس الشكل)

T_0 = fundamental (sec) period



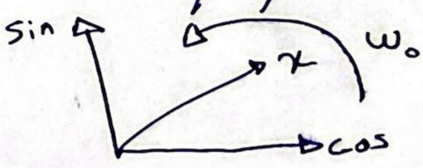
كون T_0 اقل من الرسمة الثانية لكن f_0 اكبر شكلو العلاقة عكسية

ممكن اتعامل معها Time domain او frequency domain

$f_0 = \frac{1}{T_0}$ fundamental frequency (Hz)

$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

angular freqency (rad/sec)



To cheak of the signal is periodic or not

$$\boxed{x(t+T_0) = x(t)}$$

الموجة الثانية نفس الأولى ومكررة ...

Example: check if the following signal

1. $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi)$ is perodic or a peirodic

$$x(t+T_0) = A\cos(\omega_0(t+T_0)+\phi)$$
$$= A\cos(\omega_0 t + \omega_0 T_0 + \phi)$$

Since

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$x(t+T_0) = A\cos(\omega_0 t + \frac{2\pi}{\cancel{T_0}}\cancel{T_0} + \phi)$$

اعادة ترتيب $= A\cos(\underbrace{\omega_0 t + \phi}_{\alpha} + \underbrace{2\pi}_{\beta})$

اتذكر

In genreal $\cos(\alpha \mp \beta) = \cos\alpha\cos\beta \pm \sin\alpha\sin\beta$

بتبدل الاشارات

$$\cos(\omega_0 t+\phi+2\pi) = \cos(\omega_0 t+\phi)\underbrace{\cos(2\pi)}_{1} - \sin(\omega_0 t+\phi)\sin 2\pi$$

$$= \cos(\omega_0 t+\phi) = x(t)$$

$\longrightarrow$ Periodic Signals

Example 2: cheak if the following signal

$$x(t) = A\sin(\omega_0 t + \phi)$$

$$x(t+T_0) = A\sin(\omega_0(t+T_0) + \phi)$$

$$= A\sin(\omega_0 t + \omega_0 T_0 + \phi) \qquad \omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$= A\sin(\omega_0 t + \frac{2\pi}{\cancel{T_0}} \cdot \cancel{T_0} + \phi)$$

$$= A\sin(\underbrace{\omega_0 t + \phi}_{\alpha} + \underbrace{2\pi}_{\beta})$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \sin\beta\cos\alpha$$

الاشارة ما بتتغير

$$= A\,\sin(\omega_0 t + \phi)\underbrace{\cos 2\pi}_{1} + \underbrace{\sin 2\pi}_{0}\cos(\omega_0 t + \phi) \rightarrow 0$$

$$= A\sin(\omega_0 t + \phi)$$

$$= x(t) \quad \text{periodic signal}$$

Example: consider the following signal $x(t) = A + B\cos(2\pi f_0 t)$
check if $x(t)$ is periodic or a perodic

$$x(t+T_0) = A + B\cos(2\pi f_0(t+T_0)) \qquad f_0 = \frac{1}{T_0}$$

$$= A + B\cos(2\pi f_0 t + 2\pi f_0 T_0)$$

بينشطبوا لانهم مقلوبات بعض

$$= A + B\cos(\underbrace{2\pi f_0 t}_{\alpha} + \underbrace{2\pi}_{\beta})$$

Since

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(2\pi f_0 t + 2\pi) = \cos(2\pi f_0 t)\underbrace{\cos(2\pi)}_{1} - \cancel{\sin(2\pi f_0 t)\underbrace{\sin(2\pi)}_{0}}$$

$$= \cos(2\pi f_0 t)$$

$x(t+T_0) = A + B\cos(2\pi f_0 t) \longrightarrow$ periodic Signal

$= x(t)$

Example: consider the following Signal

$x(t) = \sin(15t)$ check if $x(t)$ is periodic or a periodic ?

$x(t) = \sin(15t) \longrightarrow \omega_0 = 15 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{15}$

بعوض

$x(t+T_0) = \sin(15(t+T_0)) = \sin(15t + 15T_0)$

$= \sin(15t + 15 \cdot \frac{2\pi}{15})$

$= \sin(15t) = x(t)$

periodic Signal

دائماً اي sin & cos لما يكون لحاله يكون periodic بغض النظر كان التعبير عن ω_0 بدلالة π أو constant

---

Example: for the following signals

1. $x(t) = 3\cos(400\pi t)$
2. $x(t) = 2\cos(200\pi t) + 3\cos(400\pi t)$
3. $x(t) = 2\sin(15t) + 3\cos(200\pi t)$

find fundamental freq. for each signal

Ans: ① $x(t) = 3\cos(400\pi t)$; $\omega_0 = 400\pi = 2\pi f_0$ $\boxed{f_0 = 200\,Hz}$

② $x(t) = 2\cos(200\pi t) + 3\cos(400\pi t)$

ما عندي اشارتين لكل وحدة عندها f_0 معينة

$\omega_1 = 2\pi f_1$ $\qquad \omega_2 = 2\pi f_2$

$200\pi = 2\pi f_1$ $\qquad 400\pi = 2\pi f_2$

$\boxed{f_1 = 100\,Hz}$ $\qquad \boxed{f_2 = 200\,Hz}$

بدي افحص f_1 ، f_2 انا جايات من f_0 * عدد صحيح

فبدي افترض انو كل وحدة جاية من خلال ضربي بـ Integer value

تكملة

$f_1 = 100\,Hz$ نفس القصة $f_2 = n_2 f_0$

$\downarrow$

$200 = n_2 f_0 \longrightarrow (2)$

$f_1 = n_1 f_0$

step② $100 = n_1 f_0 \longrightarrow (1)$

عشان أتأكد انو هاي الاشارة periodic اول لازم $n_1 \& n_2$ يطلعن integer

step③ نقسم المعادلتين عشان نعرف بوجد النسبة بينهن

$$\frac{100}{200} = \frac{n_1 \cancel{f_0}}{n_2 \cancel{f_0}} \qquad \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{2}$$

$n_1 = 1$ riational لازم اكتب

$n_2 = 2$

so periodic signal عليها علامات

step④ when $n_1 = 1 \longrightarrow 100 = n_1 f_0$

$$\boxed{f_0 = 100\,Hz}$$

---

3 $x(t) = 2\sin(\underbrace{15t}_{w_1 = 2\pi f_1}) + 3\cos(\underbrace{200\pi t}_{w_2 = 2\pi f_2})$

$15 = 2\pi f_1$ $\qquad 200\pi = 2\pi f_2$

$f_1 = \frac{15}{2\pi}$ $\qquad f_2 = 100\,Hz$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$f_1 = n_1 f_0$ $\qquad f_2 = n_2 f_0$

$\frac{15}{2\pi} = n_1 f_0 \longrightarrow (1)$ $\qquad 100 = n_2 f_0 \longrightarrow (2)$

$$\frac{n_1 f_0}{n_2 f_0} = \frac{15}{100 \times 2\pi} \longrightarrow \text{irrational number} \longrightarrow \text{aperiodic si}$$

Example: find the fundamental frequency of the following signals:-

1. $x_1(t) = \cos\left(\underbrace{\frac{10\pi}{3}}_{\omega_1 = 2\pi f_1} t\right) + \sin\left(\underbrace{\frac{5\pi}{4}}_{\omega_2 = 2\pi f_2} t\right)$

$\frac{\cancel{10}^{5}\cancel{\pi}}{3} = \cancel{2}\cancel{\pi} f_1$ $\qquad$ $\frac{5}{4}\cancel{\pi} = 2\cancel{\pi} f_2$

$\boxed{f_1 = \frac{5}{3}}$ $\qquad$ $\boxed{f_2 = \frac{5}{8}}$

$\downarrow$ $\qquad$ $\downarrow$

$f_1 = n_1 f_0$ $\qquad$ $f_2 = n_2 f_0$

$\frac{5}{3} = n_1 f_0$ $\qquad$ $\frac{5}{8} = n_2 f_0$

$\frac{n_1 \cancel{f_0}}{n_2 \cancel{f_0}} = \frac{\cancel{5} \times 8}{3 \times \cancel{5}}$ $\qquad$ $\frac{n_1}{n_2} = \frac{8}{3}$ $\qquad$ n_1 & n_2 are integer so periodic signal

Since $x(t)$ rational number $\rightarrow$ periodic signal

$n_1 = 8$ $\qquad$ $f_0 = \frac{5}{24}$

or $\quad n_2 = 3$ $\qquad$ $f_0 = \frac{5}{24}$

نفس الاشي سواء عوضت n_1 او n_2

اذا كان ثلاث أجزاء واكثر بشتغل على GCD
القاسم المشترك الاكبر

Basic Trigonometric identities

Euler's
$e^{\mp ju} = \cos u \mp j\sin u$
$\cos = \frac{1}{2}(e^{ju} + e^{-ju})$
$\sin u = e^{ju} - e^{-ju} / 2j$
$\sin^2 u + \cos^2 u = 1$
$\cos^2 u - \sin^2 u = \cos 2u$
$2\sin u \cos u = \sin 2u$

$\cos^2 u = \frac{1}{2}(1 + \cos 2u)$
$\sin^2 u = \frac{1}{2}(1 - \cos 2u)$
$\sin(u \pm v) = \sin u \cos v \pm \sin v \cos u$
$\cos(u \pm v) = \cos u \cos v \mp \sin u \sin v$
$\sin u \sin v = \frac{1}{2}[\cos(u - v) - \cos(u + v)]$
$\cos u \cos v = \frac{1}{2}[\cos(u - v) + \cos(u + v)]$
$\sin u \cos v = \frac{1}{2}[\sin(u - v) + \sin(u + v)]$

lecture #3 — Phasor Signals and Spectra

example

انتقال الصوت

$$A\angle\theta = A e^{j\theta} e^{j\omega_0 t}$$

قوة الاشارة

على الزاوية

تشتت الاشارة

عشان أنقل الاشارة من مكان إلى آخر بعطي $\omega_0 t$

In genral :

$$x(t) = \mathrm{Re}\{A e^{j(\omega_0 t+\phi)}\}$$

$$e^{j(\omega_0 t+\phi)} = \cos(\omega_0 t+\phi) + j\sin(\omega_0 t+\phi)$$

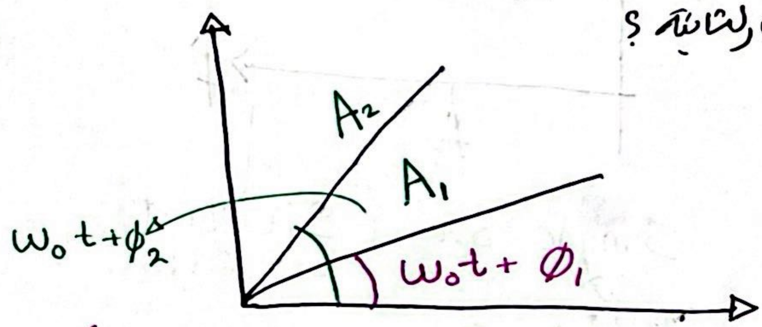
$$= \mathrm{Re}\{A[\cos(\omega_0 t+\phi) + j\sin(\omega_0 t+\phi)]\}$$

$$= A\cos(\omega_0 t+\phi)$$

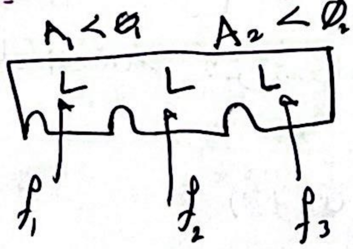
$$x_1(t) = A_1 e^{j(\phi_1+\omega_1 t)}$$

$$x_2(t) = A_2 e^{j(\theta_2+\omega_2 t)}$$

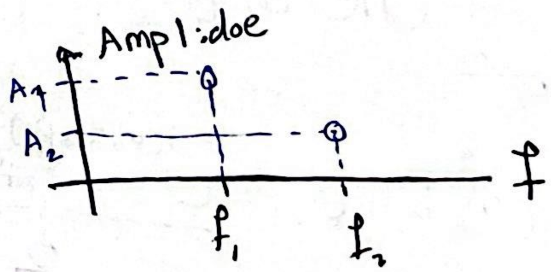
كيف أحدد كل اشارة عن الثانية؟

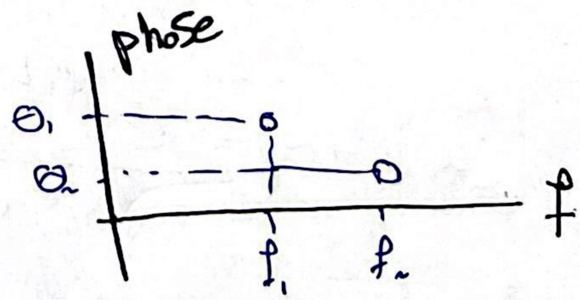


بس صار في مشاكل لذلك بلجأ للطريقة ثانية ← Time-domain



Freq. domain

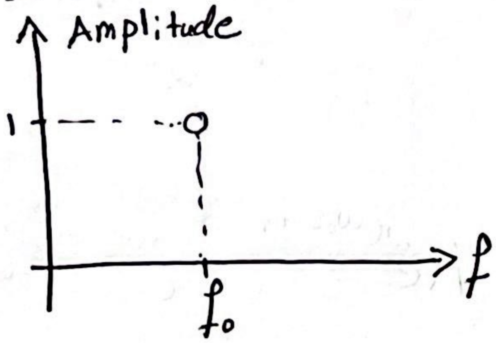




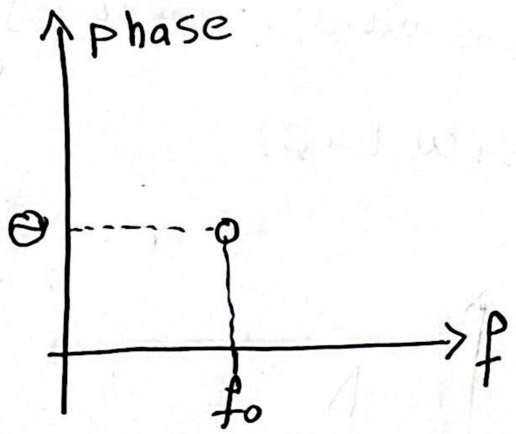
$$x(t) = A\cos(\underbrace{\omega_0}_{2\pi f_0} t + \theta)$$

Plot

Methode 1



هيك بمثل الامبليتود والفيز للفريكوينسي يلي عندي



1- اذا كان عندي sin ← لازم أحولها cos (عشان يكون فيها power الحقيقة مش noice)

2- اذا كانت عندي الاشارة سالب لازم اتخلص منها قبل لا اعمل plot

Single-sided spectra

لما أمثل الاشارة من جانب واحد

In general:-

لكن بالرياضيات بمثل double
لكن بالحياة العلمية تمشي طرف

$$* \cos(\omega_0 t + \theta) = \frac{e^{j(\omega_0 t+\theta)} + e^{-j(\omega_0 t+\theta)}}{2}$$

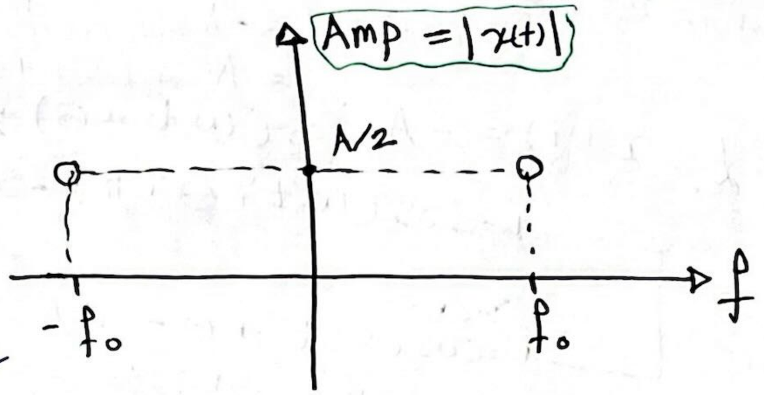
$$* \sin(\omega_0 t + \theta) = \frac{e^{j(\omega_0 t+\theta)} - e^{-j(\omega_0 t+\theta)}}{j2}$$

$$\longrightarrow x(t) = A\left[\frac{e^{j(\omega_0 t+\phi)} + e^{-j(\omega_0 t+\phi)}}{2}\right]$$

وحدة موجبة

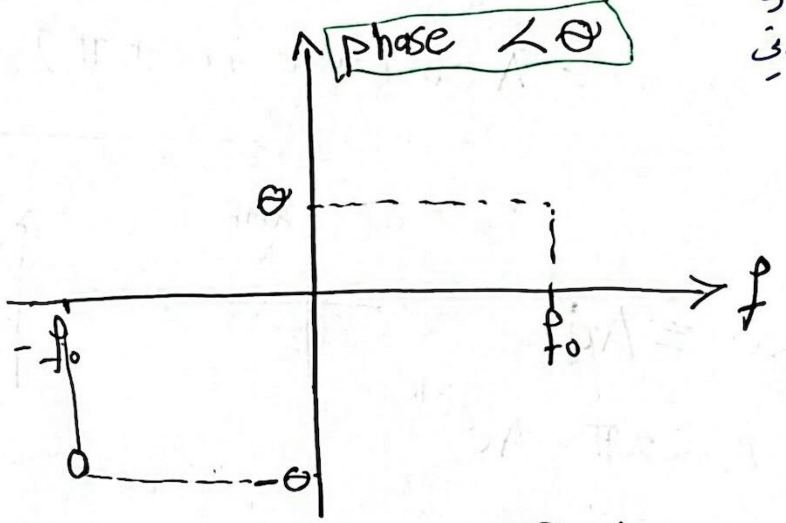
$$= \frac{A}{2} e^{j(\omega_0 t+\phi)} + \frac{A}{2} e^{-j(\omega_0 t+\phi)}$$

وحدة سالبة



السالب هاد فقط من منطلق الرياضيات

الاميلتيود في الدبل سايديد عبارة عن نصف قيمة الاميليتيود في السنجل سايديد



- تمثل الاميلتيود دائماً وابداً عبارة عن even function

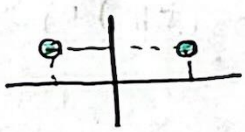
$|x(t)| \longrightarrow$ even

Double-sided spectra

$\angle\theta \longrightarrow$ odd function

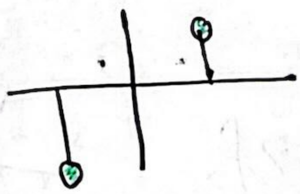
Even function:

$x(-t) = x(t)$



odd function

$x(-t) = -x(t)$



To plot Spectra

$\longrightarrow$ فنرا مبليتود

$\boxed{1}$ $\sin(\ ) \longrightarrow \cos(\ )$

$\sin(\alpha) \longrightarrow \cos(\quad)$; $\cos(90-\alpha) = \sin(\alpha)$

$\hookrightarrow \cos(90)\cos(\alpha) + \sin(90)\sin(\alpha)$

eg $\rightarrow$ $x(t) = A\sin(\omega_0 t + \theta)$
$= A\cos(\omega_0 t + \theta - \frac{\pi}{2})$

ⓐ $x(t) = -A\sin(\omega_0 t + \theta)$
$= A\cos(\omega_0 t + \theta + \frac{\pi}{2})$

$\boxed{2}$ $-\cos(\ )$; e.g $x(t) = -A\cos(\omega_0 t + \theta)$;

اذا كان عندي إشارة سالب لازم اتخلص منها ...

$\rightarrow = \cos(\omega_0 t + \theta + \pi) - \sin(\omega_0 t + \theta)\underline{\sin(\pi)}$ بتصفر

$\rightarrow = \cos(\omega_0 t + \theta - \pi)$

هيك بحول وبدخل عندي نفس الاجابة

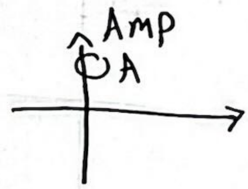
بتفرقش اطرح أو اجمع π

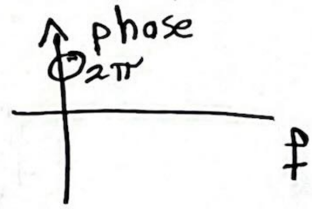
$= A\cos(\omega_0 t + \theta \pm \pi)$

$\boxed{3}$ ⓐ $x(t) = A$

$\equiv A\angle 0 \equiv Ae^{j0}$

OR $A\angle 2\pi = Ae^{j2\pi}$

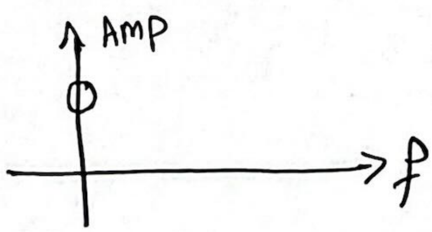


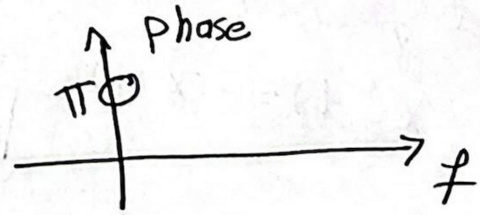


ⓑ $x(t) = -A$

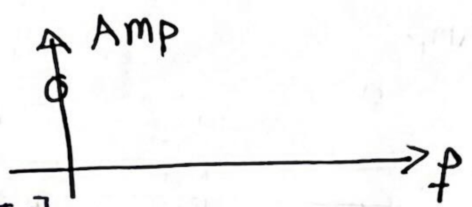
$= Ae^{\pm j\pi} = A\left(\cos(\pm\pi) + j\sin \cancel{\sin(\pm\pi)}\right]^{0}$

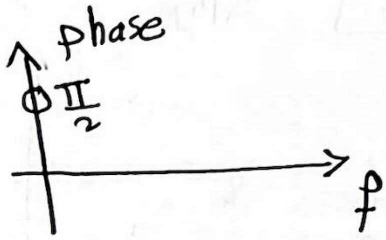
دائماً لما يكون عندي رقم ومضروب بسالب اعرف انو الزاوية يلي بشتغل عليها $-\pi$ OR π





④ $x(t) = jA$





ⓐ $\equiv A e^{j\pi/2}$

$\equiv A[\cos(\frac{\pi}{2}) + j\sin(\frac{\pi}{2})]$

ⓑ $x(t) = -jA$

$= A e^{-j\frac{\pi}{2}}$

$= A[\overset{\text{even}}{\cos}(\frac{-\pi}{2}) + j\overset{\text{odd}}{\sin}(\frac{-\pi}{2})]$

$= A[\cos(\frac{\pi}{2}) - j\sin(\frac{\pi}{2})]$

Example: Given the Signal

$$x(t) = 4\cos(20\pi t + \frac{\pi}{4}) + 3\cos(60\pi t - \frac{\pi}{6}) + \sin(80\pi t + \frac{\pi}{6})$$

اول اشي اذا عندي ص لازم احوله جيبا واذا عندي − ما بسموله موجب.

a) Sketch its single-sided amplitude and phase spectra

b) Sketch its double-sided amplitude and phase spectra

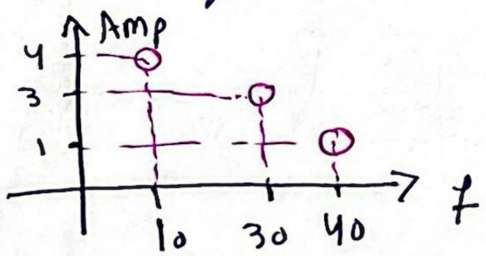
Answer) a) $x(t) = 4\cos(20\pi t + \frac{\pi}{4}) + 3\cos(60\pi t - \frac{\pi}{6}) + \cos(80\pi t + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2})$

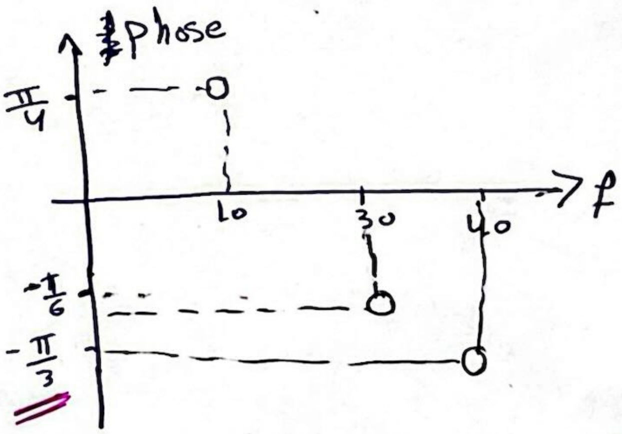
$\omega_1 = 2\pi f_1$ $\quad$ $\omega_2 = 2\pi f_2$ $\quad$ $\omega_3 = 2\pi f_3$

$2\pi f_1 = 20\pi$ $\quad$ $2\pi f_2 = 60\pi$ $\quad$ $2\pi f_3 = 80\pi$

$f_1 = 10\,Hz$ $\quad$ $f_2 = 30\,Hz$ $\quad$ $f_3 = 40\,Hz$

To plot Single-Sided Spectra

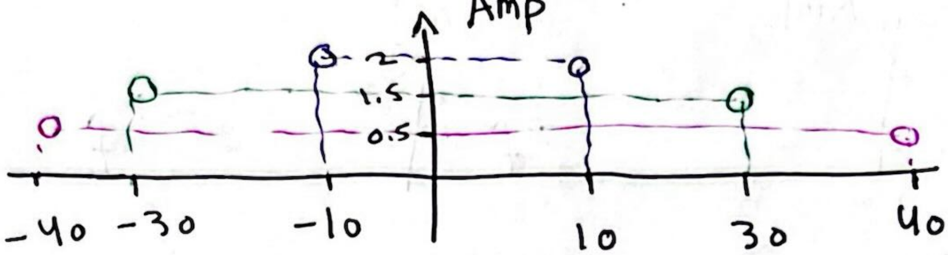




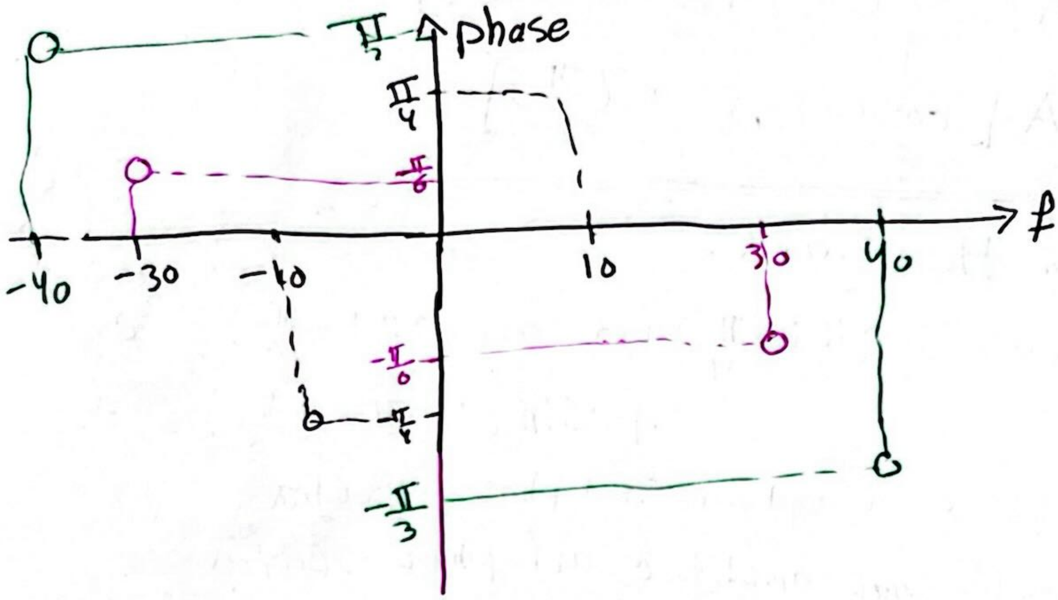
$\frac{\pi}{6} - \frac{\pi \times 3}{2 \times 3} = \frac{-2\pi}{6}$

$= -\frac{\pi}{3}$

$\boxed{b}$ Amp → even



Doudle-sided Amplited spectra



phase → odd

Example: Given the signal

$$x(t) = 6\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{3}\right) + 4\sin^2\left(30\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$$

a) Sketch its single-sided amplitude and phase spectra

b) Sketch its double-sided amplitude and phase spectra

Ans:-

In general:-

$$\sin^2(\alpha) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2\alpha)$$

$$\cos^2(\alpha) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\alpha)$$

بيستخدم هاي العلاقات لأحول من cos ل sin

$$x(t) = 6\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{3}\right) + 4\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\left(60\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\right)$$

$$= 6\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{3}\right) + 2 - 2\cos\left(60\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 6\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{3}\right) + 2 + 2\cos\left(60\pi t - \frac{\pi}{3} + \pi\right)$$ عشان أتخلص من السالب

تذكر.. $$= 6\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{3}\right) + 2 + 2\cos\left(60\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

In general: مهم

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \sin(\alpha)\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha)\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos(\alpha)$$

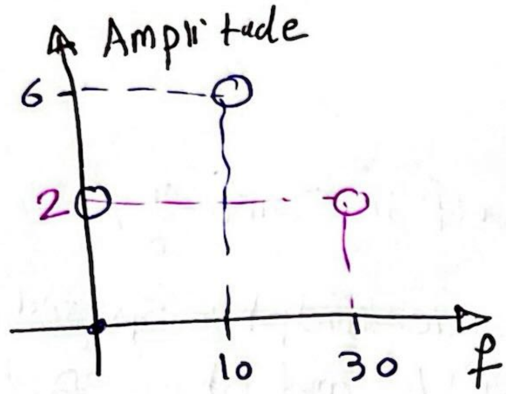
$$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \sin(\alpha)\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha)\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\cos\alpha$$

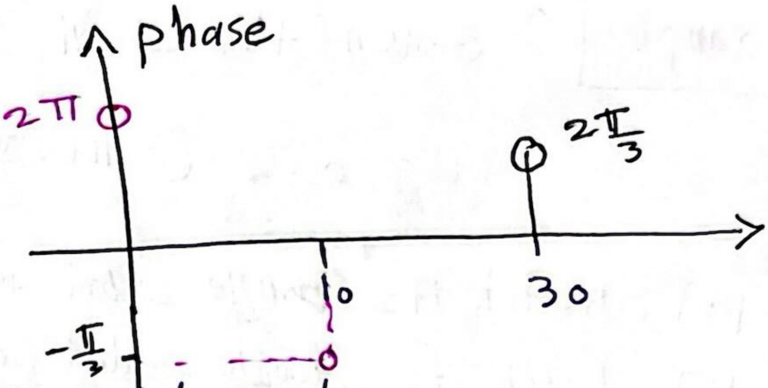
$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin(\alpha)\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\sin\alpha$$

$$\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\alpha)\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha)\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\alpha$$

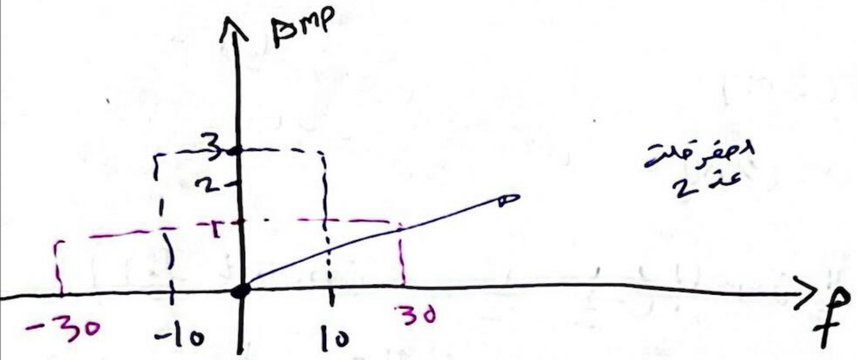
$$\cos(\alpha + \pi) = \cos\alpha\cos\pi - \cancel{\sin\alpha\sin\pi}^{\,0} = -\cos\alpha$$

$$\cos(\alpha - \pi) = \cos(\alpha)\cos(-\pi) + \cancel{\sin\alpha\sin\pi}^{\,0} = -\cos\alpha$$

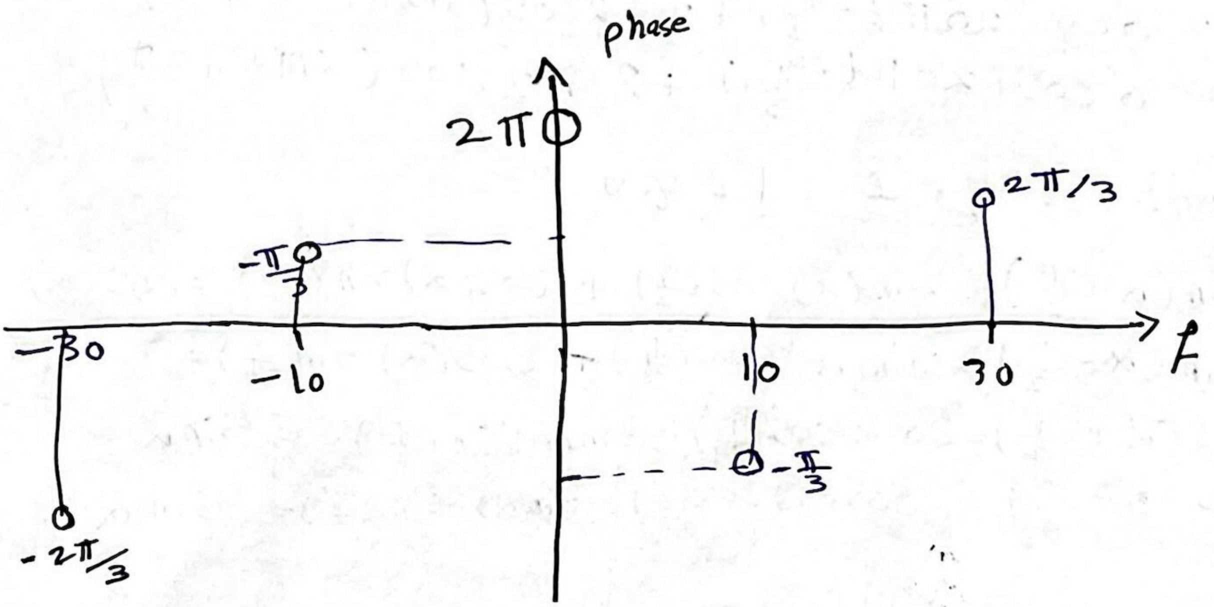




Single-Sided Spectra



double-sided Spectra



$6\cos(20\pi t - \frac{\pi}{3}) + 2 + 2\cos(60\pi t + \frac{2\pi}{3})$

$\omega_1 = 2\pi f_1$

$20\pi = 2\pi f_1$

$\boxed{f_1 = 10 H_z}$

$\omega_2 = 2\pi f_2$

$60\pi = 2\pi f_2$

$\boxed{f_2 = 30 H_z}$

Example: consider the following signal

$$x(t) = 4\cos(200\pi t)\cos(400\pi t)$$

ⓐ find the fundamental freq

ⓑ sketch single-sided spectra

ⓒ sketch double-sided spectra

Ans: In general:-

دعمل هيك عشان أحول الضرب الى جمع

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)$$
$$\cos(\alpha-\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta) \quad +$$

$$\longrightarrow \frac{1}{2}\cos(\alpha+\beta) + \frac{1}{2}\cos(\alpha-\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta)$$

(a)

$$\Rightarrow x(t) = 4\left[\frac{1}{2}\cos(600\pi t) + \frac{1}{2}\cos(-200\pi t)\right]$$

$$= 4\left[\frac{1}{2}\cos(600\pi t) + \frac{1}{2}\cos(200\pi t)\right]$$

$$= 2\cos(\underbrace{600\pi}_{w_1} t) + 2\cos(\underbrace{200\pi}_{w_2} t)$$

$$2\cancel{\pi} f_1 = 600\cancel{\pi} \qquad 2\cancel{\pi} f_2 = 200\cancel{\pi}$$

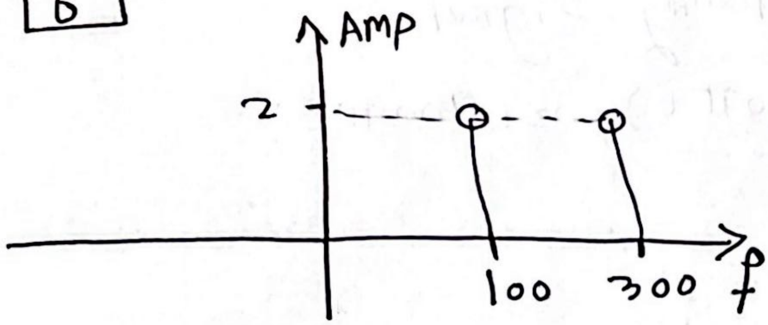
$$f_1 = 300\ Hz \qquad f_2 = 100\ Hz$$

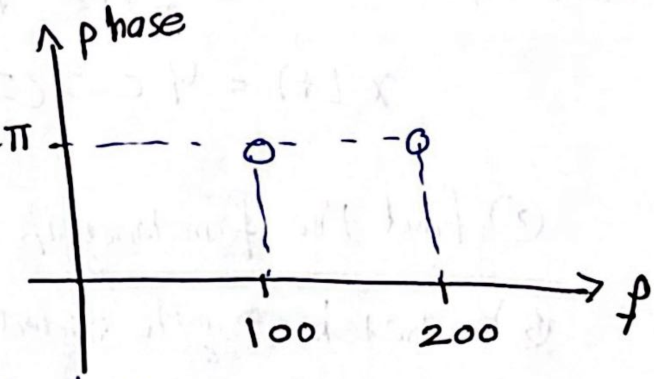
$$300 = n_1 f_0 \rightarrow ① \qquad 100 = n_2 f_0 \rightarrow ②$$

$$\frac{300}{100} = \frac{n_1}{n_2} \longrightarrow n_1 = 3$$

$$\boxed{f_0 = 100\ Hz}$$

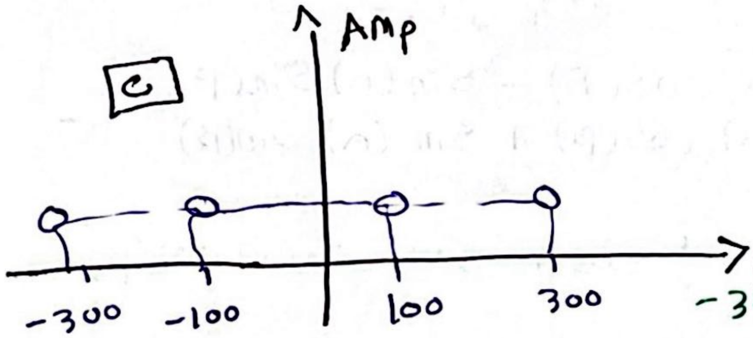
b

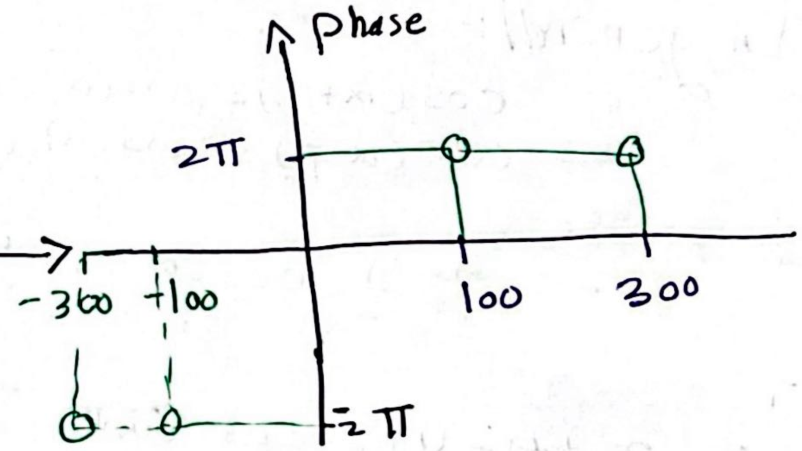




Single-sided spectra

c





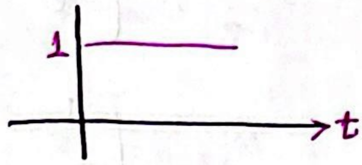
~~Examples~~

Singularity functions:-

1 unit Step function

كأنه سوتش

$t=0$

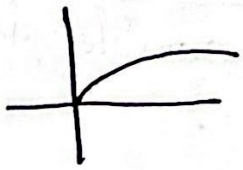


لو تروحي على قيمة بيك

دمو مفتوح بكونش عندي إشارة وبعد ما نغلق بيجو عندي فاليو

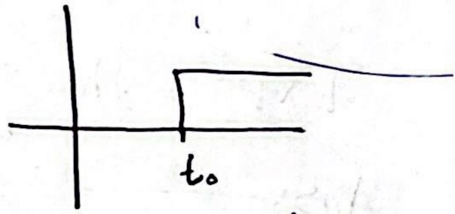
$=$

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$



$u(t - t_0)$ where $t_0 > 0$

$$u(t - t_0) = \begin{cases} 1 & t - t_0 \geq 0 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

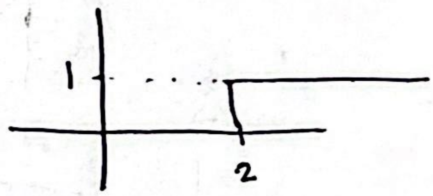


$$u(t - t_0) = \begin{cases} 1 & t \geq t_0 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

لما أعمل شيفت ل t_0

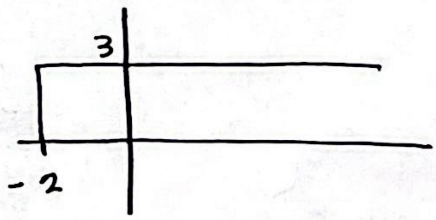
example: $u(t-2) = \begin{cases} 1 & t \geq 2 \\ 0 & o.w \end{cases}$

unit step function

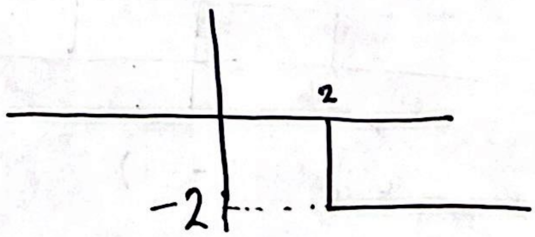


$$3u(t+2) = \begin{cases} 3 & t \geq -2 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

Step function



$$-2u(t-2) = \begin{cases} -2 & t \geq 2 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

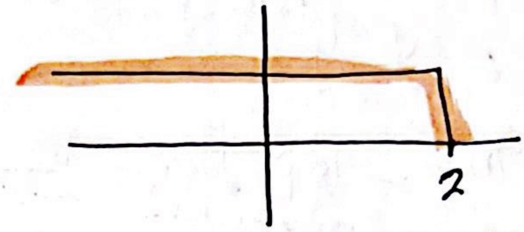


$$u(-t+2) = \begin{cases} 1 & -t+2 \geq 0 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

لما يكون عندي - بعمل reflect

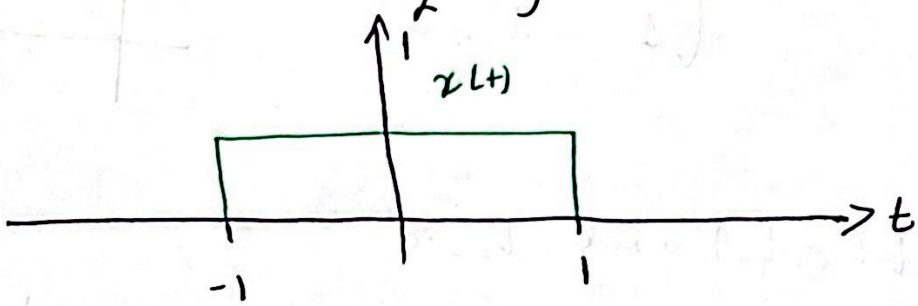
$$= \begin{cases} 1 & t \leq 2 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

أقل او تساوي 2



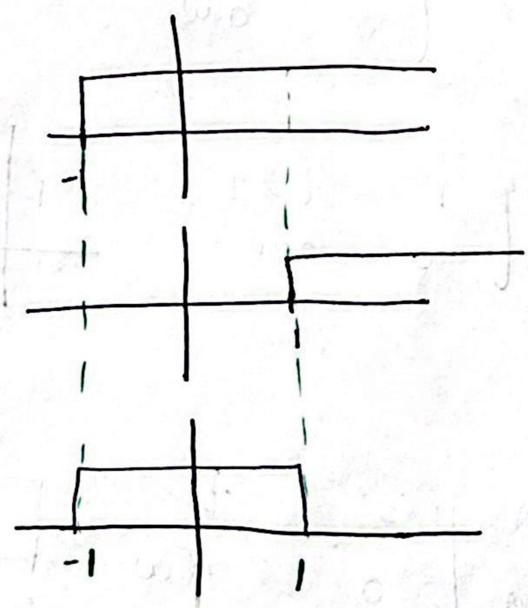
عملت reflect مستوى أفقي لأ تغير بالسالب

Examples:- consider the following signal $x(t)$ show in Fig 1



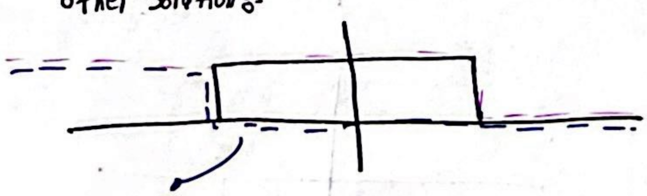
Express the signal $x(t)$ in term of step function

Ans:- $x(t) = u(t+1) - u(t-1)$



طرحتهم من بعض

other Solution:-



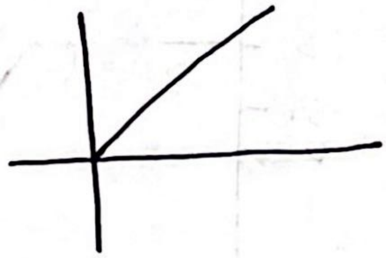
$x_1(t) = u(-t+1)$

$x_2(t) = u(t-1)$

$x(t) = x_1(t) - x_2(t)$

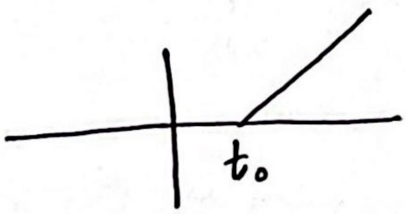
2. Ramp function

$$r(t) = \begin{cases} t & t \geq 0 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

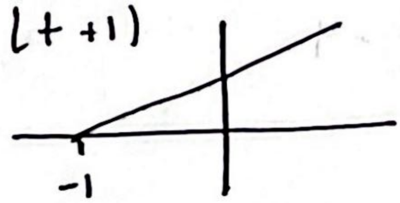


* $r(t - t_0)$

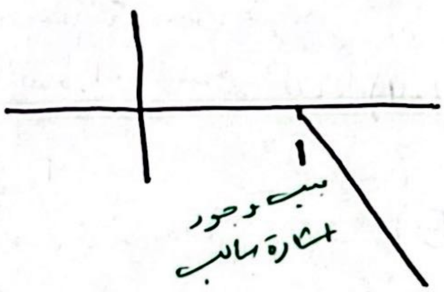
$t_0 > 0$



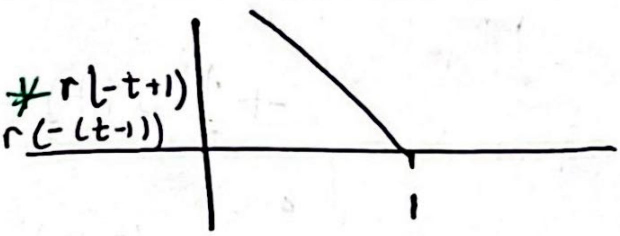
* $r(t+1)$



* $-r(t-1)$



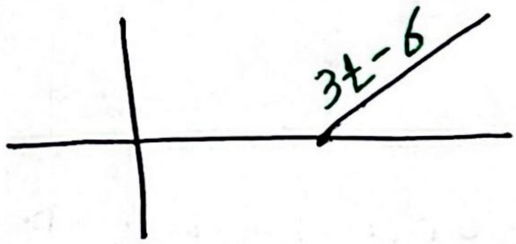
* $r(-t+1)$
$= r(-(t-1))$



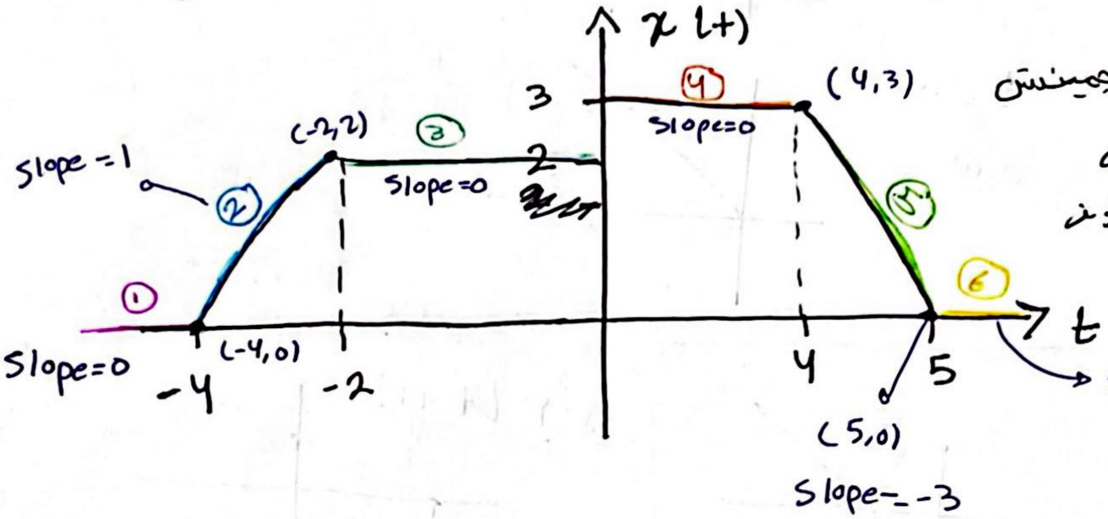
$r(3t-6)$

اول اشي بعمله أطلع
عامل مشترك

$r(3(t-2))$



Example: for the following Signal $x(t)$ shown in Fig 2.1 Write signal $x(t)$ in term of singularity function



- أقسم الشكل الى سيجمنتس
- أوجد الميل لكل سيجمنت
- دكتب الاقتران . بروح أشوف الفاصل بين كل سيجمنت والثانية

$$x(t) = \underline{1}\, r(t+4) + -1 r(t+2)$$

مثلاً حيث على -4 اخدت السلوب يلي عيمينها - السلوب يلي عيسارها ناقص

ناتج طرح الميلين من بعض $(1-0)=1$

اذا طلع معي قيمة عددية مش صفر في هاي الحالة الاقتران عندي $r(t)$

$$+1\, u(t) - 3 r(t-4)$$

$3-4 \quad (0-0)$

يعني القيمة طلعت عندي صفر لذلك بشتغل على $u(t)$

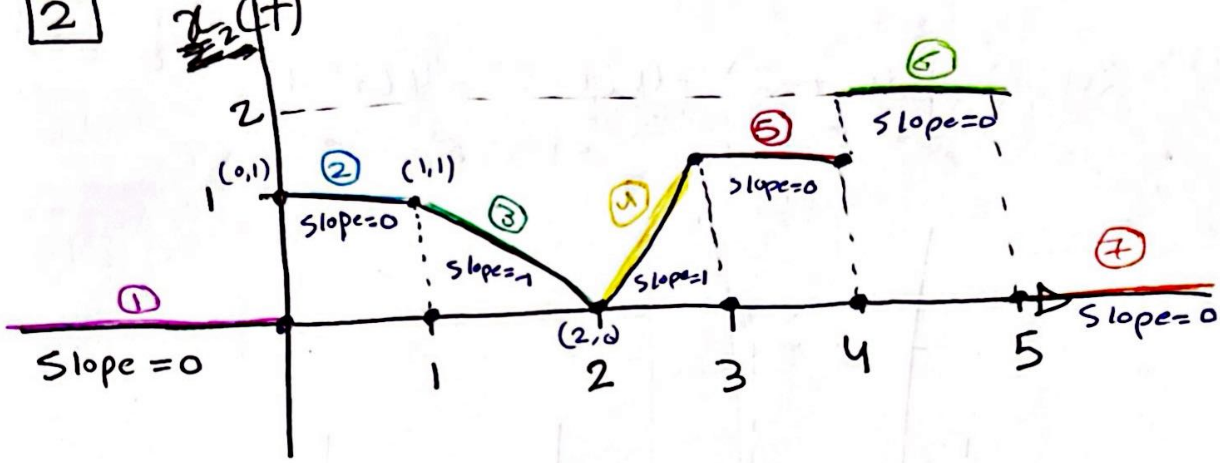
$(3-2)=1$ لما يكون السلوب صفر بروح بوخذ peak طرحت اللي 3 من اللي 2

$$+3 r(t-5)$$

بترتيب أزود $\rightarrow$ $\boxed{x(t) = 1 r(t+4) - r(t+2) + u(t) - 3 r(t-4) + 3 r(t-5)}$

Examples-

2



$$x_2(t) = 1u(t) - r(t-1) + 2r(t-2) - r(t-3) + 1u(t-4) - 2u(t-5)$$

ناتج طرح البكس (1-0)

lecture 5   40:00

Examples- Sketch the following signal

① $x_1(t) = 1r(t+2) - 2r(t+1) + r(t-1) + 2u(t-3) - u(t-4)$

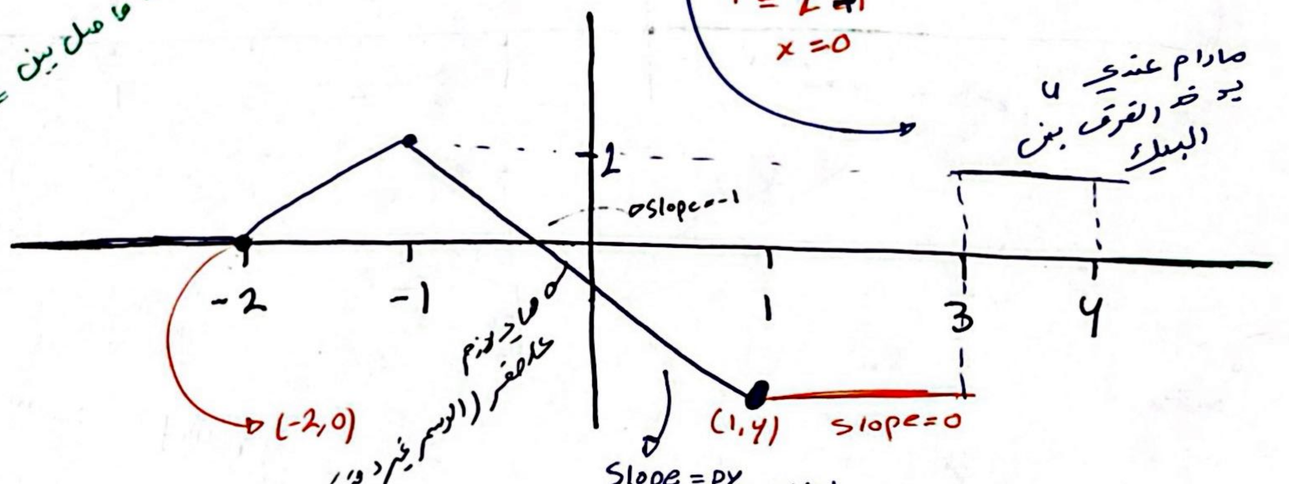
$-1 = y-1$ يلي عالشمال
$y = 0$

أول أشي برتب المعادلة بحيث تكون مثل خط الاحداد

$1 = x-0$ ، $x=1$ يلي بتبين عنصر الاعداد

فاصل بين 2 سيجمنت

$1 = x+1$
$x = 0$



$\text{Slope} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y-1}{1+1}$

تلخيص لموضوع الرسم -:

① بحدد النقاط الفاصلة (برتب المعادلة اذا لزم)

② باجي على اول حد اذا كان عندي $\boxed{r(t)}$ معناها بدي اشتغل على الديفرنس بين السلوب يلي عاليمين ناقص يلي عالشمال فبوخذ النتيجة (يلي جنب القوس) وبساوي مثلاً $1 = x-0$

اما اذا $\boxed{u(t)}$ الديفرنس بين البلاد

ما بكون عارفها

لاني مش من 2 بنعطيها صفر

كلهن u

3 $x_2(t) = 2u(t) - 2u(t-2) + u(t-3) - u(t-4)$

المعادلة مرتبة

$2 = y - 0$ $-2 = y - 2$ $1 = y - 0$ $-1 = y - 1$

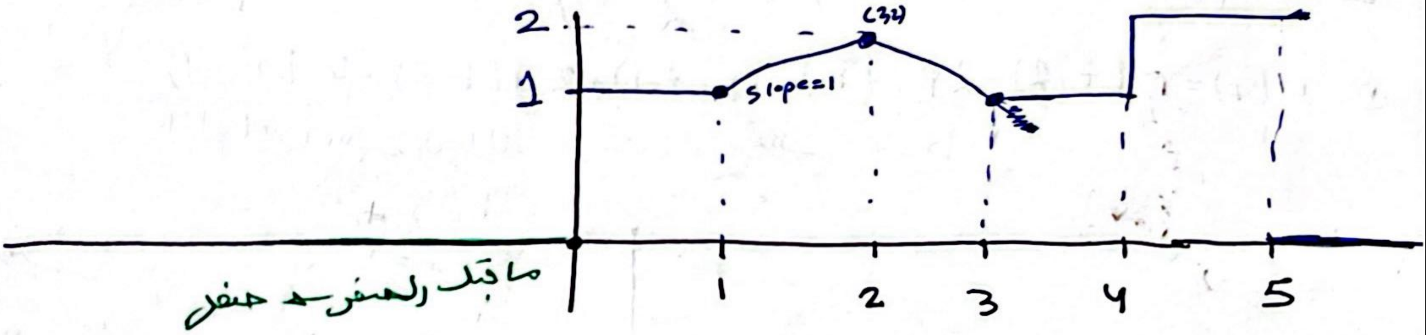
مدار البدء

$\boxed{y=0}$ $y = 0$

البلا القديم عند 2

4 $x_3(t) = u(t) + r(t-1) - 2r(t-2) + r(t-3) + u(t-4) - 2u(t-5)$

$1 = y - 0$ $1 = x - 0$ $-2 = x - 1$ $1 = y - 1$ $1 = y - 1$ $-2 = y - 2$



بالنسبة لـ ramp

اذا الميل تغير بقيمة غير صفرية ، بنعمل منحنى مثل

$r(t-1)$
$2r(t-2)$
وهيك

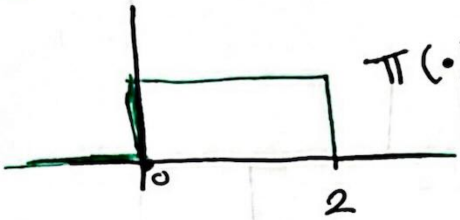
لكن اذا الميل طلع هو صفر مثل $r(t-3)$

هون بنعمل خط مستقيم

7099.7

lecture 6 — Pulse and impulse function

3 pulse function



In general :-

$$A\Pi(\alpha t+\beta) = A\Pi\left(\alpha\left(t+\frac{\beta}{\alpha}\right)\right)$$

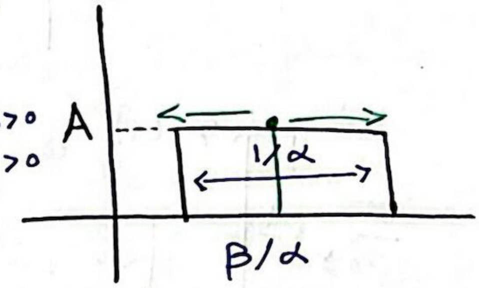
scaling الاتساع

اي اشي مع t بطلعه عامل مشترك

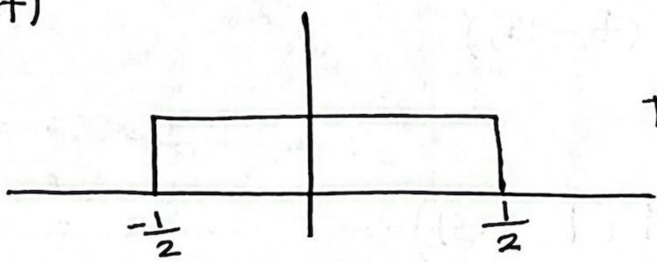
Amplitude

center

لـ pulse يلي عنا



eg $\Pi(t)$



$$\Pi(t) = \begin{cases} 1 & |t|<\frac{1}{2} \\ 0 & o.w \end{cases}$$

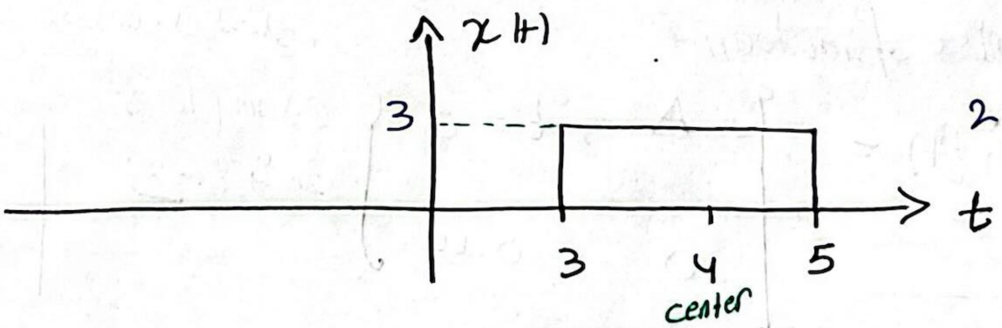
unit puls function

اذا كانت واليك واحد ← unit

example: $x(t) = 3\,\Pi\left(\frac{1}{2}t-2\right)$

$$= \underset{A}{3}\,\Pi\left(\underset{\alpha}{\tfrac{1}{2}}\left(t-\overset{\beta}{4}\right)\right)$$

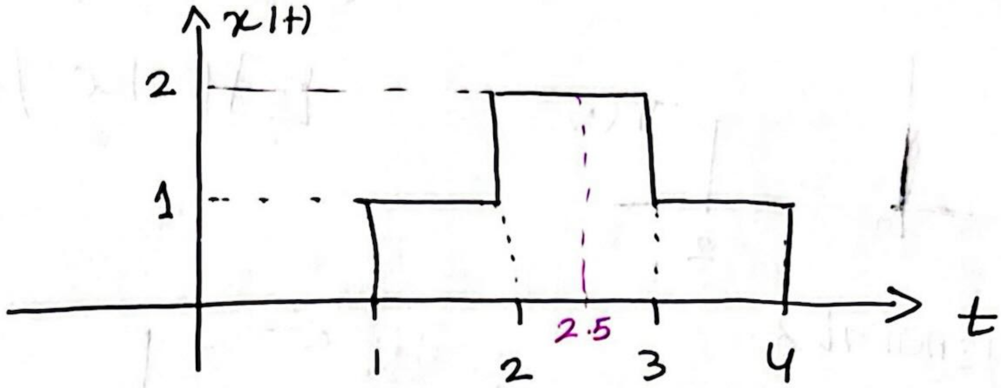
اول اشي بخلص من يلي مع t



قيمة α عندي 2 لانو انا بوخذ $\frac{1}{\alpha}=\frac{1}{2}$

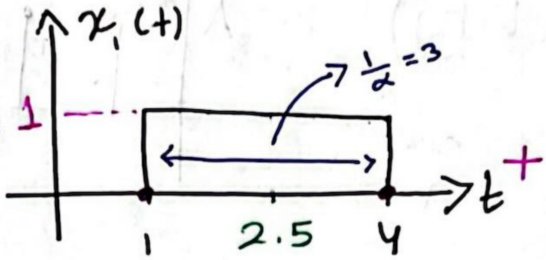
دائما بطلعه بعد ما اطلع العامل المشترك لـ t

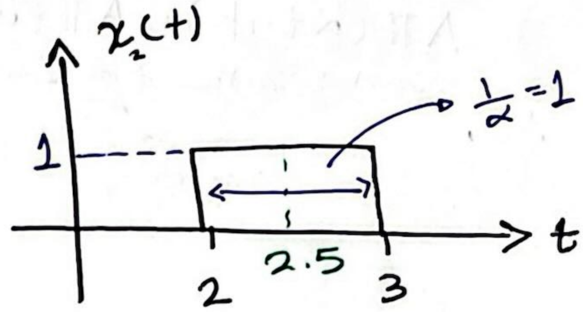
Example:- Express $x(t)$ in term of puls function



$\equiv$

هاي البيك





$x_1(t) = 1\,\Pi\left(\frac{1}{3}(t-2.5)\right)$

السكيلنج عندي = القيمة العظمى - القيمة الصغرى

$= 1 - 4$

$= 3$

وبوخد المقلوب

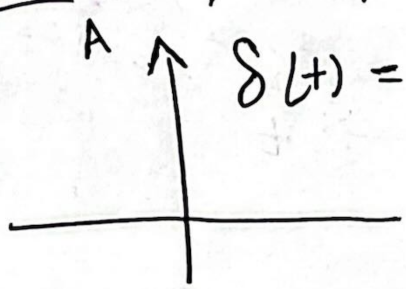
$x_2(t) = 1\,\Pi\left(1(t-2.5)\right)$

$$\longrightarrow x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

$$= \Pi\left(\frac{1}{3}(t-2.5)\right) + \Pi(t-2.5)$$

$\boxed{4}$ Impulse function

وكأنك بوخد سامبل لحظي

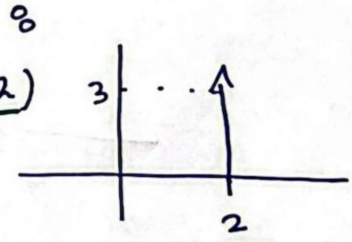


$$\delta(t) = \begin{cases} A, & t = 0 \\ 0, & o.w \end{cases}$$

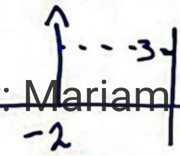
اذا كانت A قيمتها 1 بكون عندي

example:

$3\,\delta(t-\underline{2})$



$3\,\delta(t+2)$



Properties of delta function

Impulse function "$\delta(t)$"

1 $\delta(at) \equiv \frac{1}{|a|}\delta(t)$ Change of variable

even لأنه

example:- $\delta(3t) = \frac{1}{3}\delta(t)$

$\int \delta(at)\,dt$ زي قصة التعويض في التكامل

let $u = at$

$t = \frac{u}{a}$

$du = a\,dt$ $\boxed{dt = \frac{1}{a}du}$

$\equiv \int \frac{1}{a}\delta(u)\,du$

هاد هو التغير في المتغير

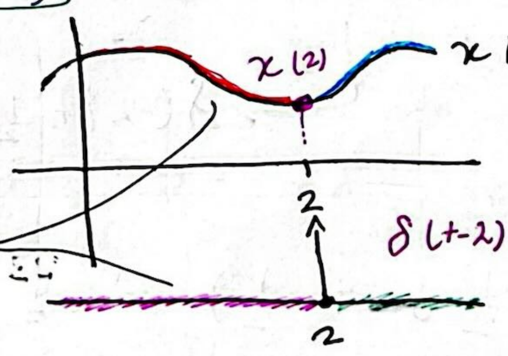
2 $\delta(-t) = \delta(t) \longrightarrow$ even function

example:- $\delta(-3t) = \delta(3t) = \frac{1}{3}\delta(t)$

3 Sampling theorum

$\boxed{x(t)\,\delta(t-t_0) \equiv x(t_0)\,\delta(t-t_0)}$

عندي اشارة واوخد منها مجموعة من السامبل بعدين أوصل بينهم



بضرب x(t) في Impuls

لا ضرب هدول بعطيني صفر وكأنه الاشي الوحيد يلي دخل عند 2 فقط

$\rightarrow x(t)\,\delta(t-2) = x(2)\,\delta(t-2)$

$t_0 = 2$

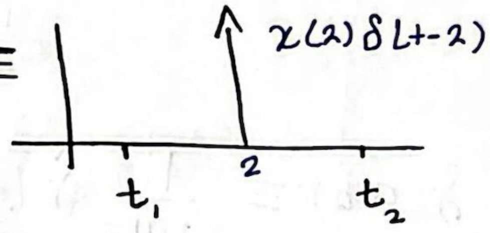
ان القيمة يلي بدي ياها

4 Sifting theorem

عملية تكامل لخاصية 3

الوسعة بتعتمد 3

$$\int_{t_1}^{t_2} x(t)\,\delta(t-t_0)\,dt \equiv$$



$$= \begin{cases} x(t_0) & , t_1 \leq t_0 \leq t_2 \\ 0 & , o.w \end{cases}$$

مش مشكل t_0 تكون احدى الاطراف

examples

~~Evolute the following integral~~

[1] $$\int_{t_1=0}^{t_2=2} \underbrace{3t}_{x(t)}\,\delta(t-\underbrace{1}_{t_0})\,dt = 3(t) \longrightarrow 3t\,\delta(t-1)$$

اول إشي بسأل حالي هل t_0 محصورة بين t_1 & t_2 ؟

اذا اه بروح على الاقتران $x(t)$ المعطى وبعوض قيمة t_0

[2] $$\int_0^2 3t\,\delta(t+1)\,dt = 0$$

$t_0 = -1$

مش محصورة بين الصفر و 2

لذلك الجواب قيمته صفر

[3] $$\underbrace{2t^2}_{x(t)}\,\delta(-2t+1) \equiv x(t)\,\delta(at+3)$$

$$\longrightarrow \delta(-2(t-\tfrac{1}{2})) \equiv \delta(2(t-\tfrac{1}{2})) \equiv \tfrac{1}{2}\delta(t-\tfrac{1}{2})$$

بطلع 2- عامل مشترك — على خاصية even — على اول خاصية

$$\cancel{2}t^2 \cdot \frac{1}{\cancel{2}}\delta(t-\tfrac{1}{2}) = (\tfrac{1}{2})^2\,\delta(t-\tfrac{1}{2})$$

$t_0 = \frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{4}\,\delta(t-\tfrac{1}{2}) \longrightarrow \text{Sampling therom}$$

... Area ...

مثل ما السؤال — مثل سؤال 4

$\boxed{4}$ $\int_0^2 2t^2 \delta(-2t+1)\,dt = \int_0^2 2t^2 \delta(-2(t-\frac{1}{2}))\,dt$

$= \int_0^2 2t^2 \delta(2(t-\frac{1}{2}))\,dt$

$= \int_0^2 \cancel{2}t^2 \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \delta(t-\underbrace{\tfrac{1}{2}}_{t_0})\,dt$

محصورة بين صفر و 2 لذلك يعوض

Sifting therom

بطلع فقط Area

$= (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$

تكملة الخواص

$\boxed{5}$ ~~Derivative therom~~

المشتقة بمقدار n.

$$\int_{t_1}^{t_2} x(t)\,\delta^{(n)}(t-t_0)\,dt = (-1)^n \frac{\partial^n x(t)}{\partial t^n}$$

examples:- $\int_{t_1}^{t_2} x(t)\,\dot{\delta}(t)\,dt \longrightarrow$ By using Integral by parts

$u = x(t) \qquad du = \dot{\delta}(t)dt$

$du = \dot{x}(t) \qquad v = \delta(t)$

$x(t)\,\delta(t)\Big|_{t_1}^{t_2} - \int x(t)\,\delta(t)\,dt$

example: evaluate $\int_0^2 \cos(2\pi t)\,\dot{\delta}(t-1)\,dt = \begin{cases} (-1)^1 \dfrac{\partial x(t)}{\partial t}\Big|_{t=t_0} & t_1 < t_0 < t_2 \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$

يعني المشتقة الاولى

$= \Big\{ (-1)\,[-2\pi \sin(2\pi(1))] = 0$

Ex:- Show that $\int_{t_1}^{t_2} x(t)\,\dot{\delta}(t-t_0)\,dt = (-1)\,\dfrac{\partial x(t)}{\partial t}\Big|_{t=t_0}$ $\quad t_1 < t_0 < t_2$

Ans:- $\int_{t_1}^{t_2} x(t)\,\dot{\delta}(t-t_0)\,dt \longrightarrow$ By using Integral by parts

let $u = x(t) \qquad dv = \dot{\delta}(t-t_0)$

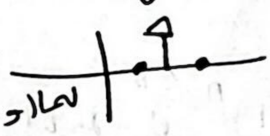
$du = \dot{x}(t) \qquad v = \delta(t-t_0)$

Sampling theroms:

$$x(t)\,\delta(t-t_0)\Big|_{t_1}^{t_2} - \int \dot{x}(t)\,\delta(t-t_0)\,dt$$

ده ماهو مش تكامل
شرطة بتوع التعويض

$x(t_0)\,\delta(t-t_0)$



لما نوخد فاليو عالجنب
هصفر

$$x(t_0)\,\delta(t-t_0)\Big|_{t_1}^{t_2} - \dot{x}(t_0)$$

$$= \frac{(-1)\,\partial x(t)}{\partial t}\Big|_{t=t_0}$$

Show that $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,\delta(t)\,dt = x(0)$

$\dfrac{\partial r(t)}{\partial t} \longrightarrow u(t)$

$\dfrac{\partial u}{\partial t} \longrightarrow \delta(t)$

Ans $\rightarrow$

Since $\delta(t) = \dfrac{\partial u(t)}{\partial t}$

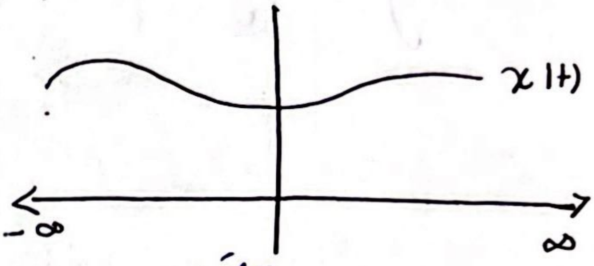
$\longrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,du(t)$, By using integral by parts

let $u = x(t) \qquad dv = du(t)$

$du = \dot{x}(t) \qquad u = u(t)$

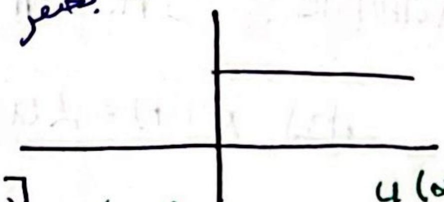
تكملة صفحة 29

$$\longrightarrow x(t)u(t)\Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}(t)\,u(t)\,dt$$



$$x(\infty)u(\infty) - x(-\infty)u(-\infty) - \int_{0}^{\infty} \dot{x}(t)\,dt$$

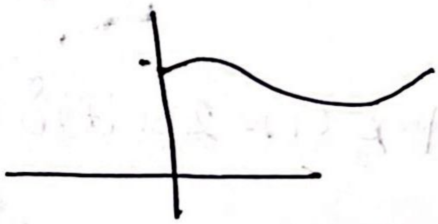
ماقبل to بصفر



$$= x(\infty)u(\infty) - x(-\infty)u(-\infty) - [x(\infty) - x(0)]$$

$u(-\infty)=0$ $\quad u(\infty)=1$

$$x(\infty) - x(\infty) + x(0) = \underline{x(0)}$$



علاقة التكامل الذي فنكش مضروب بـ $\delta(t)$ دالة

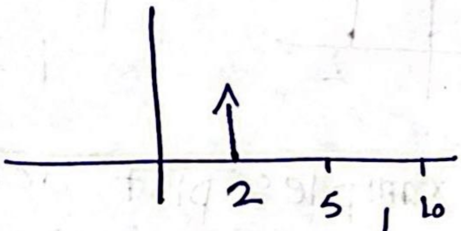
بعطيني قيمة Area

يابشيت بالرسم يا derivative

Example:- Evaluate the following integral

(a) $\displaystyle\int_{5}^{10} \cos(2\pi t)\,\delta(t-2)\,dt = 0$

to محصورة بالفترة ؟ لا



ماكو هنانا تكامل فصفر الجواب

(b) $\displaystyle\int_{0}^{5} \cos(2\pi t)\,\delta(t-2)\,dt = \cos(2\pi(2)) = 1$

to محصورة بين 0 و 5

لذلك بعوض 2 في cos

(c) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} [\underbrace{e^{-3t} + \cos(2\pi t)}_{x(t)}]\,\dot{\delta}(t)\,dt = \frac{(-1)^1\,\partial x(t)}{\partial t}\Bigg|_{t=t_0=0}$

$$= (-1)\left[-3e^{-3(0)} - (2\pi)\underbrace{\sin(2\pi(0))}_{0}\right]$$

$$= 3$$

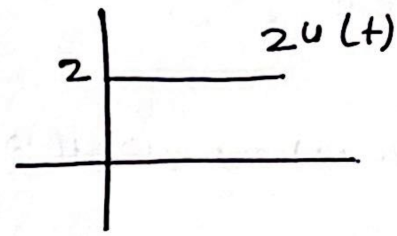
$\boxed{d}$ $$\int_{-\infty}^{\infty} e^{3t}\,\ddot{\delta}(t-2)\,dt = (-1)^2 \left.\frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2}\right|_{t=2}$$

بشتق مرتين

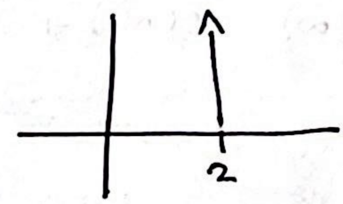
$$= 9e^{3(2)} = 9e^{6}$$

Example 8- Sketch the following signal

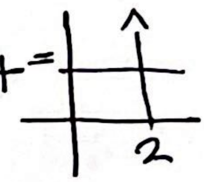
$\boxed{a}$ $x_1(t) = 2u(t) + \delta(t-2)$



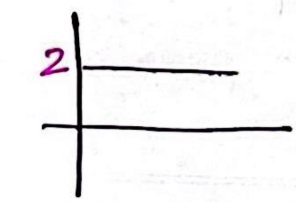
$\boxed{b}$ $x_2(t) = 2u(t)\delta(t-2)$

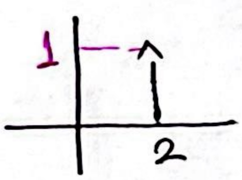


+=

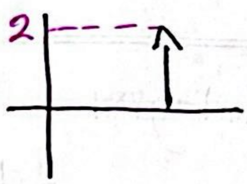


بنجمع دلتا ليو يعني





$x =$



Example 8- plot accurately the following signals defeined in terms of singularity functions :-

مهم

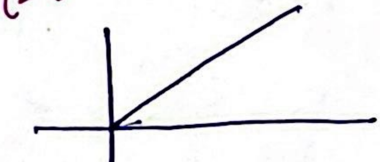
$\boxed{a}$ $x_1(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x_a(t-2n)$ [plot $0 \leq t \leq 6$

where $x_a(t) = r(t)\,u(2-t)$

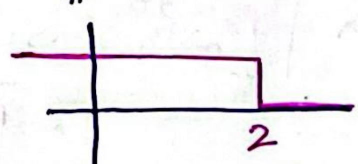
$u(-t+2) \equiv u(-(t-2))$

when $n=0$

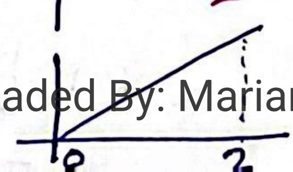
$$\overset{0}{x_1}(t) = x_a(t) = r(t)\,u(2-t)$$



*



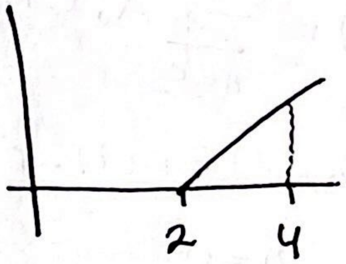
* أوجدنا عند n=0 وعملنا رسمها



when $n=1$

$$x_1'(t) = x_a(t-2)$$

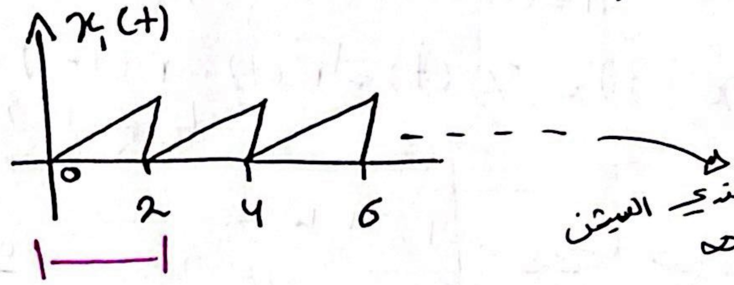
$$x_2(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x_a(t-\underline{2n})$$



ما البيريود عندي = 2

$T = 2$

يعني بتر ح كل خطوتين رح ارجع اكرر الفنكشن يلي عندي



عشان عندي الشفت لـ ∞

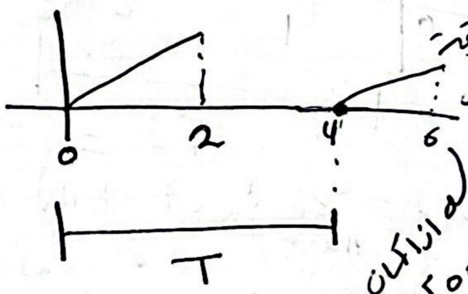
عندي periodic

$T = 2$

البيريود هي الرقم المضروب بـ $\underline{n}$

* دايما لأجي أعمل رسمة لاي سيجنال بهالة الـ اول اشي بطلع رسمة لـ $n=0$ بعدين بشوف قديش مقدار البيريود يلي عندي وبصير أعمل عملية الشفت

$\boxed{b}$ $x_2(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x_a(t-4n)$; $x_a(t) = r(t)\,u(2-t)$

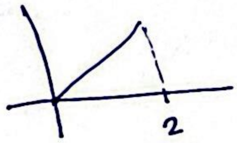


نفس الطريقة يلي فوق

هاد اذا كان حاكيلي plot $[0 \le t \le 6]$

Ans $n=0$

$$x_2^0(t) = x_a(t-0)$$
$$= r(t)\,u(-(t-2))$$



when $n=1$

$$x_1'(t) = x_a(t-4)$$

$$x_2(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x_a(t-4n)$$

$T = 4$

كل اربع خطوات الفنكشن بتكرر حاله

Example:-

$\boxed{c}$ $x_3(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x_0(t-3n)$ $\longrightarrow T=3$ plot $[0 \le t \le 6]$

where $x_0(t) = r(t) - r(t-1) - r(t-2) + r_{ramp}(t-3)$

Answer:- $n=0$

$x_3^{\circ}(t) = x_0(t) = r(t) - r(t-1) - r(t-2) + r(t-3)$

$r(t) \rightarrow 1 = x - 0$

$r(t-1) \rightarrow -1 = x - 1$

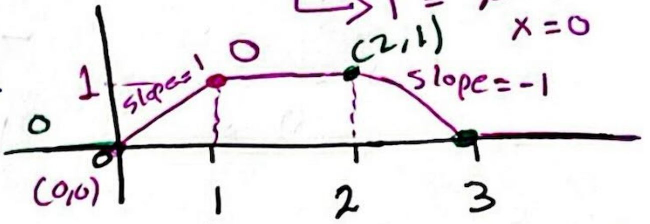
$r(t-2) \rightarrow -1 = x - 0$

$r(t-3) \rightarrow 1 = x - 1$

بما انو البيريود عندي 3

هاي الرسمة بكررها كما ن مرتين

بس انا معنديش وسعة ١٨



(1, y)

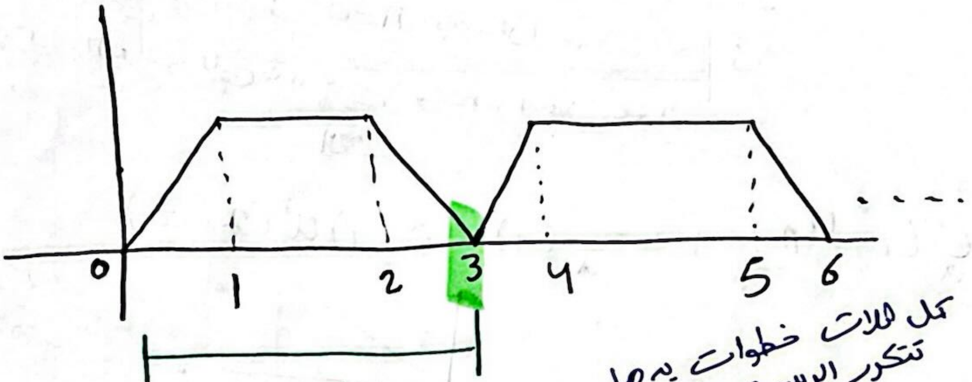
slope $= \frac{y-0}{1-0}$

slope $= \frac{y-1}{3-2}$

$-1 = y - 1$

$y = 0$

وكان القيمة ح تنزل عالصفر



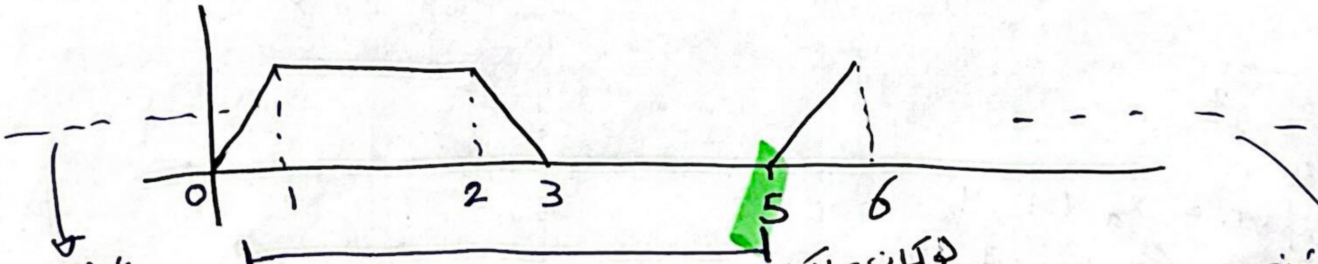
$T = 3$

كل ثلاث خطوات بعدها تتكرر الرسمة

$\boxed{d}$ $x_4(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_0(t-5n)$; $x_0(t) = r(t) - r(t-1) - r(t-2) + r(t-3)$

نفس السؤال يلي فوق

Ans: when $n=0$



عشان المبشن من ـ ∞

يعمل شيفت

لو كان حاكيلي ارسم لـ 6 بس بوقف هون لو لسعة مشكل بكمل

عشان المبشن لحد ∞

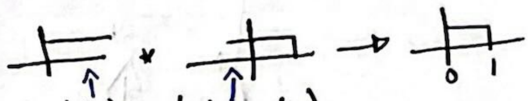
كل خمس خطوات بعدها تتكرر الرسمة

Example:-

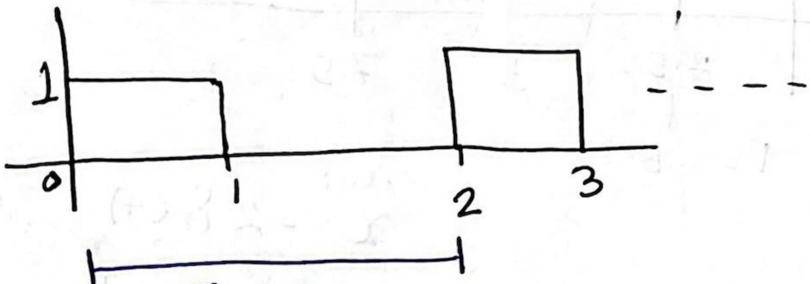
(a) Sketch the signal $y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} u(t-2n)\,u(1+2n-t)$ $\hookrightarrow T=2$

Ans:-

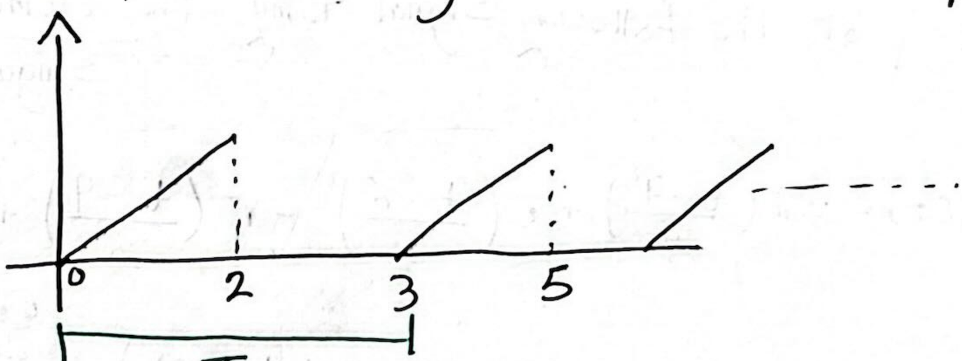
when $n=0$



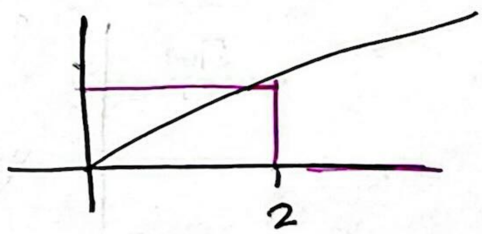
$y^{\circ}(t) = u(t)\,u(1+2(0)-t) = u(t)\,u(1-t)$



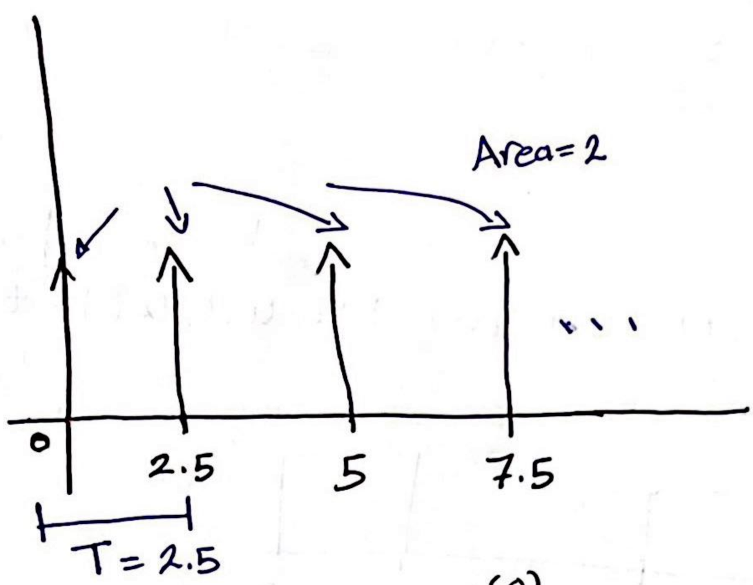
Example:- Express the signal shown in terms of singularity functions?

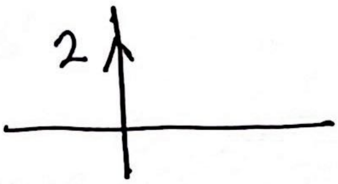


Ans:- $\sum r(t-3n)\,u(2-(t-3n))$



(b) $x_0(t)$





$$x_0^{(0)} = 2\,\delta(t)$$ بعمل شفت بمقدار 2.5

$$= \sum_{n=0}^{\infty} 2\,\delta[t - 2.5n]$$

Example: plot the following signal using the elementary signal (Singularity)

سؤال امتحانات

نفس المصطلح

$$x(t) = 2\Pi\left(\frac{t-4}{4}\right) + r\left(\frac{t-6}{6}\right) - r\left(\frac{t-9}{6}\right) + 2u(1-t)$$

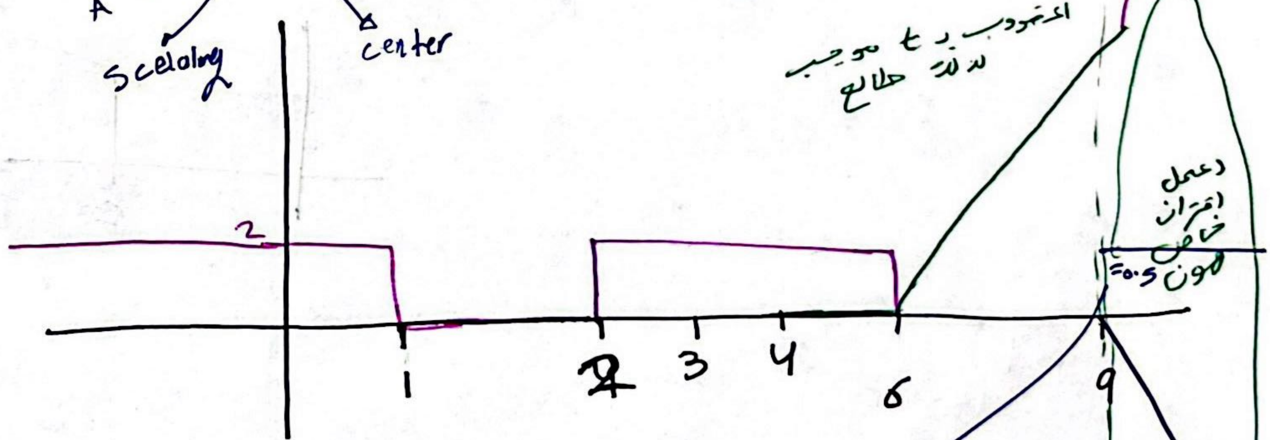
اعتبر اللي مضروب ب t

بطلعه عامل مشترك

$$= 2\Pi\left(\tfrac{1}{4}(t-4)\right) + r\left(\tfrac{1}{6}(t-6)\right) - r\left(\tfrac{1}{6}(t-9)\right) + 2u(1-t)$$

$$= \underset{A}{2}u(1-t) + \underset{A}{2}\Pi\left(\tfrac{1}{4}(t-4)\right) + r\left(\tfrac{1}{6}(t-6)\right) - r\left(\tfrac{1}{6}(t-9)\right)$$

Scaling — center



المضروب ب t موجب لذلك طالع

ما بين دول

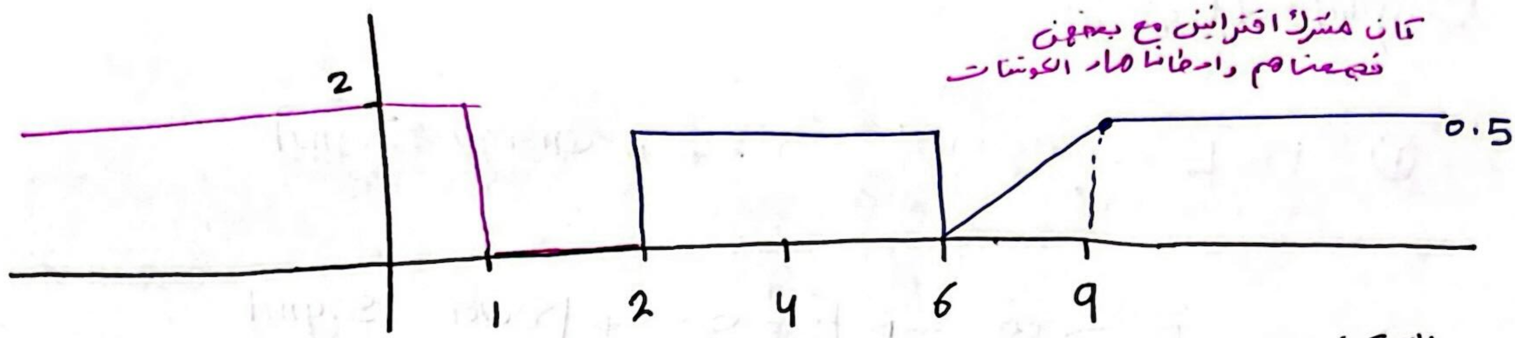
دعمل اقتران خاص لون 0.5

$$-\left[\, r\left(\frac{t}{6} - 1\right) - r\left(\frac{t}{6} - \frac{3}{2}\right) \right]$$

$$-\frac{1}{6}t + \frac{3}{2}$$

جمعت الاقترانات اللي فوق واللي تحت اعطاني

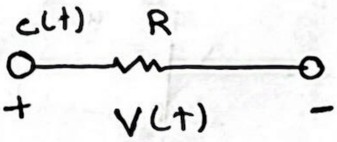
ما بين دول

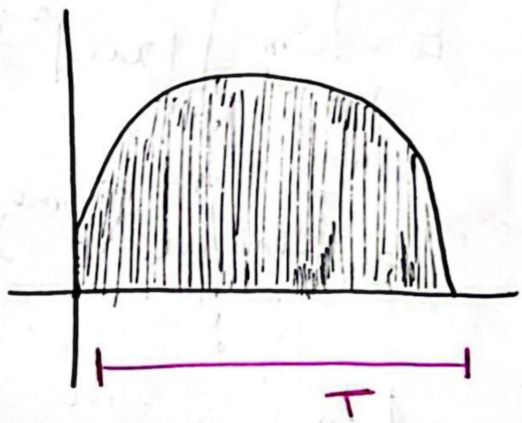


كان مشترك اقترانين مع بعضهن فجمعناهم وادخلنا مار الكونستانت

رسمة أوضح إلي بصفحة 34

Energy and power Signal





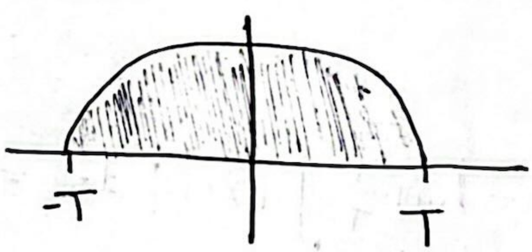
power $\longrightarrow P(t) = i(t) \cdot V(t)$

$V = IR \xrightarrow{\text{عوضتها}} = i^2 R$

$\frac{P(t)}{R} = i^2(t)$

$$P_{avg} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t)\, dt$$

المجموع عبارة عن Integral



$$\frac{1}{2T} \int_{-T}^{T}$$

Ingentral for any Signal

$$P_{avg} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2\, dt$$

$$E = \lim_{T \to \infty} \int_0^T |x(t)|^2\, dt$$

Signal classes :-

① $0 < E < \infty \longrightarrow P_{avg} = 0 \longrightarrow$ energy Signal

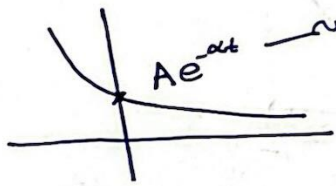
يعني طلع الجواب constant

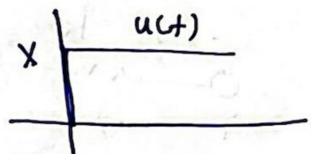
② $0 < P_{avg} < \infty \longrightarrow E = \infty \longrightarrow$ power Signal

Examples:- check if the following signal

$x(t) = Ae^{-\alpha t}u(t)$ is power or energy Signal ? verfiy ur answer

اول اشي برسم

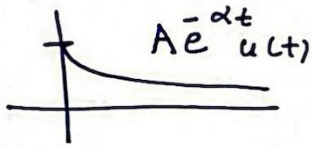




Ans:- $E = \lim_{T \to \infty} \int_0^T |x(t)|^2 dt$

$= \lim_{T \to \infty} \int_0^T (Ae^{-\alpha t})^2 dt$

بما انو مضروب بـ unitstep
يروح الجزء السالب



$= \lim_{T \to \infty} \int_0^T A^2 e^{-2\alpha t} dt = \lim_{T \to \infty} \frac{(A^2 e^{-2\alpha T} - K^2)}{-2\alpha}$, $e^{-2\alpha T} \to 0$

$= A^2/2\alpha$ $\qquad e^{-\infty} = 0$

$P_{avg} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \cdot \frac{A^2}{2\alpha} = 0$

اليور زيرو
والانرجي كونستانت

Energy Signal

$0 < E < \infty$

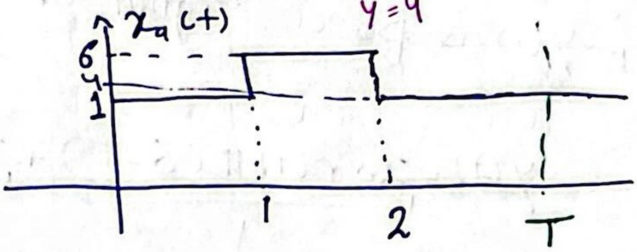
$1/\infty = 0$

Example: which of the following signal are power signals and which are energy signals. Justify ur ans?

ⓐ $x_a(t) = u(t) + 5u(t-1) - 2u(t-2)$ $\quad -2 = y - 6$

$\hookrightarrow 1 = y - 0 \quad 5 = y - 1 \quad y = 4$

$y = 1 \quad y = 6$



الرسمة غير دقيقة

$$E = \lim_{T\to\infty} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2 \, dt$$

$$= \lim_{T\to\infty} \left[\int_0^1 (1)^2 dt + \int_1^2 (6)^2 dt + \int_2^T (4)^2 dt \right.$$

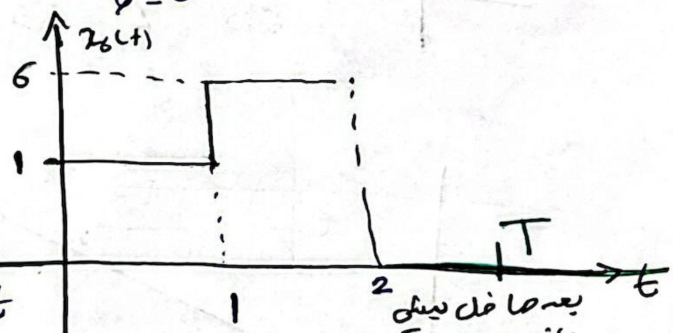
$= \infty \longrightarrow$ power signal since $E = \infty$ $\quad 0 < P < \infty$

$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T (x(t))^2 dt = \lim_{T\to\infty} \frac{(1 + (36)(2) - 36(1) + \cancel{16T})}{\cancel{T}} \quad 16 \times 2 = 16 < \infty$$

ⓑ $x_b(t) = u(t) + 5u(t-1) - 6u(t-2)$

$1 = y - 0 \quad 5 = y - 1 \quad -6 = y - 6$

$y = 1 \quad y = 6 \quad y = 0$



بعدها فل بيلي عند الصفر

$$E = \lim_{T\to\infty} \int_0^T |x(t)|^2 \, dt$$

$$= \lim_{T\to\infty} \left[\int_0^1 (1)^2 dt + \int_1^2 (6)^2 dt + \int_2^T (0)^2 dt \right.$$

$= \text{constant}$

دائماً الاشارة يلي بتكون Bounded

يعني بتبلش من صفر و بتنتهي عند الصفر

بتكون Energy Signal

$$P = \lim_{T\to\infty} \int_0^T |x(t)|^2 dt \cdot \frac{1}{T} = 0$$

بالاخص اذا تنتهي بصفر

Energy Signal $\quad 0 < E < \infty$

EX:- consider the following Signal

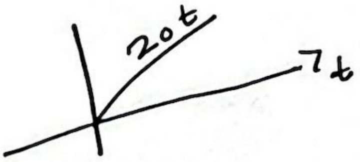
$$y(t) = 20\, r(t)\, \Pi(6-t) + \Pi(0.5t+6)$$

check if $y(t)$ is power signal or energy signal ?

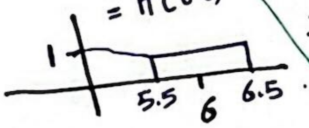
Ans:

$$y(t) = \underbrace{20\, r(t)\, \Pi(6-t)}_{1} + \underbrace{\Pi(0.5t+6)}_{2}$$

$20\, r(t)$



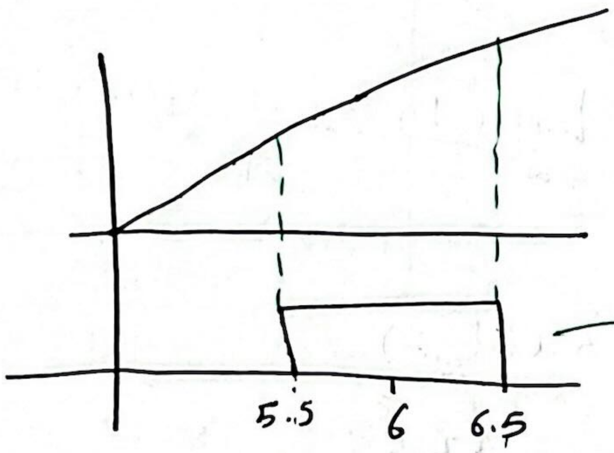
$\Pi(6-t) = \Pi(t-6)$



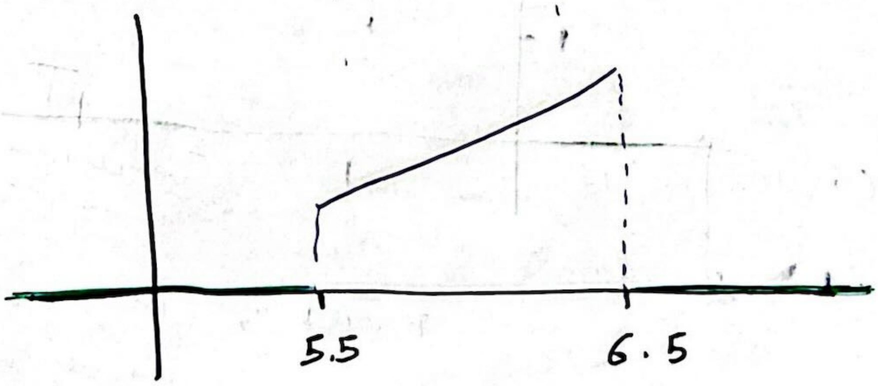
$= 20\, r(t)\, \Pi(-(t-6)) + \Pi(0.5(t+12))$

Since $\Pi(\cdot)$ even

$y(t) = 20\, r(t)\, \Pi(t-\underline{6}) + \Pi(0.5(t+12))$

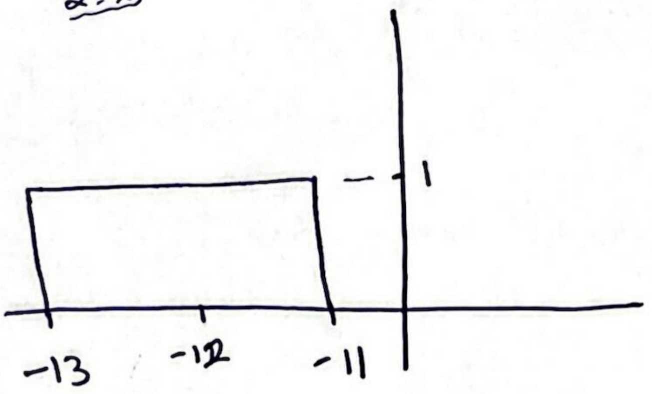


غير هيك بصفر

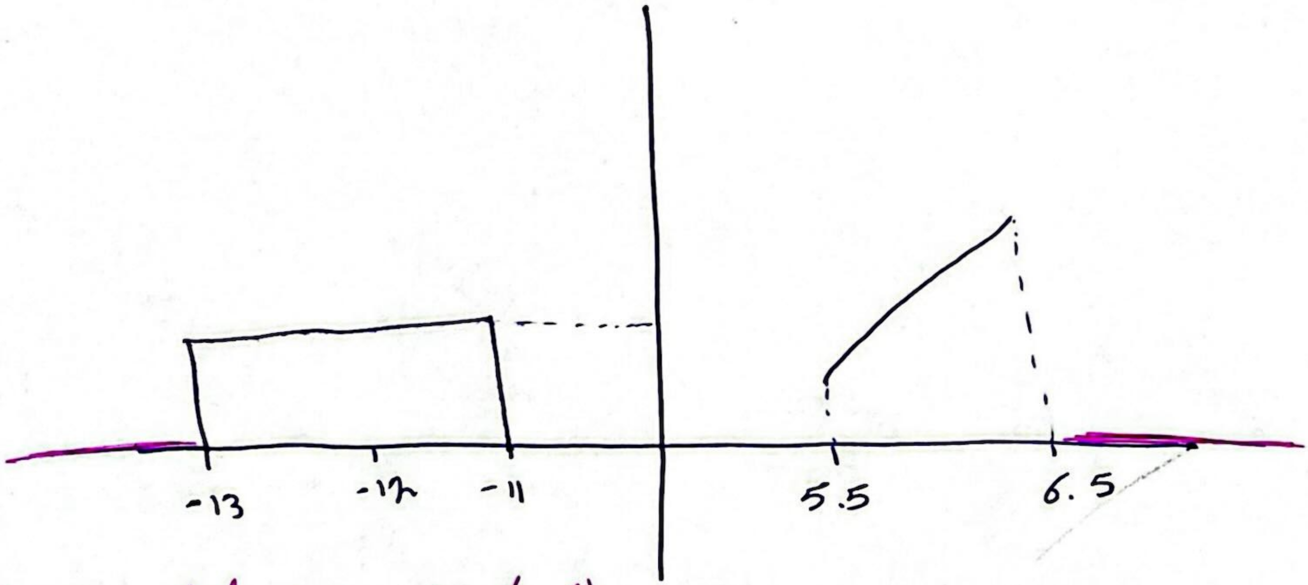


$\Pi(0.5(t+12))$

$\alpha = 2 \quad \frac{1}{2} \qquad \beta = -12$



$y(t) = 20\,r(t)\,\Pi(6-t) + \Pi(0.5t+6)$



Since $y(t)$ is Bounded (Time Limetied)

يعني بيبلش بصفر وبنتهي بصفر بيكون → energy Signal

$P_{avg} = 0$

$$E = \lim_{T \to \infty} \int_{0}^{T} |x(t)|^2 \, dt = \lim_{T \to \infty} \left[\int_{-13}^{-11} (1)^2 \, dt + \int_{3.5}^{6.5} (20t^2) \, dt \right]$$

$= 14.44$ K Joule