3.2 Multiplication of Matrices

Tuesday, January 23, 2024 8:20 AM

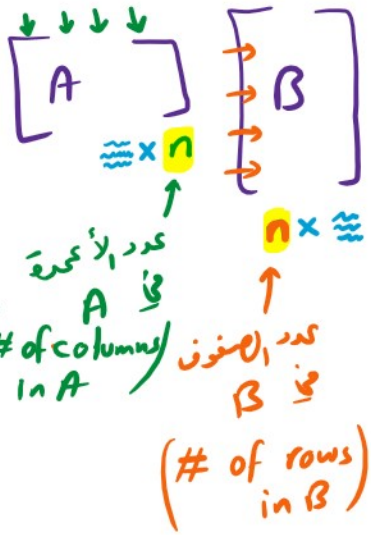
ضرب المصفوفات

صباح الخير ١٠١

3.2 Multiplication of Matrices

If A and B are any two matrices with any order, then the matrix product AB applies only when the

the number of columns in A = the number of rows in B



Exp Let $A=\begin{bmatrix}1&2\\3&-1\\0&4\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}0&1\\3&7\end{bmatrix}$, $I=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$, $D=\begin{bmatrix}2&3&0\\-2&1&5\end{bmatrix}$

3×2, 2×2, 2×2, 2×3

3×2 التتابع

Find ① AB = يوجد

$$AB=\begin{bmatrix}1&2\\3&-1\\0&4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1\\3&7\end{bmatrix}$$

3×2 التتابع 2×2

صف أول عمود أول: (1)(0)+(2)(3)

صف أول عمود ثاني: (1)(1)+(2)(7)

صف ثاني عمود أول: (3)(0)+(-1)(3)

صف ثاني عمود ثاني: (3)(1)+(-1)(7)

صف ثالث عمود أول: (0)(0)+(4)(3)

صف ثالث عمود ثاني: (0)(1)+(4)(7)

$$=\begin{bmatrix}6&15\\-3&-4\\12&28\end{bmatrix}$$

3×2

② $BA = \begin{bmatrix}0&1\\3&7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2\\3&-1\\0&4\end{bmatrix}$ = not possible

2×2 3×2

نتيجة

$AB \neq BA$

ضرب المصفوفات كرز تبديلي

غير تبديلي

not Commutative

مصفوفة الوحدة Unit Matrix I

دائماً مربعة square matrix

$$I_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Diagonal

$$I_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_{4\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4\times 4}$$

ما هي وظيفة مصفوفة الوحدة ؟

$$A_{2\times 2}\, I_{2\times 2} = A = I\, A$$ ✓

$B_{3\times 2}\ I_{2\times 2} = B$ ✓

$I\ B$
$2\times 2 \quad 3\times 2$
لا يجوز

Exp Let $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & -1\\ 0 & 4\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 3 & 7\end{bmatrix}_{2\times 2}$, $I=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}_{2\times 2}$, $D=\begin{bmatrix}2 & 3 & 0\\ -2 & 1 & 5\end{bmatrix}$

Find

① $BI = \begin{bmatrix}0 & 1\\ 3 & 7\end{bmatrix}_{2\times 2}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}_{2\times 2} = \begin{bmatrix}(0)(1)+(1)(0) & (0)(0)+(1)(1)\\ (3)(1)+(7)(0) & (3)(0)+(7)(1)\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}0 & 1\\ 3 & 7\end{bmatrix}_{2\times 2} = B$

$B_{2\times 2}\ I_{2\times 2} = I_{2\times 2}\ B_{2\times 2} = B_{2\times 2}$

② $ID =$ صف عمود

$\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}_{2\times 2}\begin{bmatrix}2 & 3 & 0\\ -2 & 1 & 5\end{bmatrix}_{2\times 3}$

$= \begin{bmatrix}(1)(2)+(0)(-2) & (1)(3)+(0)(1) & (1)(0)+(0)(5)\\ (0)(2)+(1)(-2) & (0)(3)+(1)(1) & (0)(0)+(1)(5)\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}2 & 3 & 0\\ -2 & 1 & 5\end{bmatrix}_{2\times 3} = D$

③ $DI = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 5 \end{bmatrix}_{2\times3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{2\times2}$ not possible

Exp Let $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

Find

① $A^T_{2\times3} I_{2\times2}$ = not possible

$A_{3\times2} \Rightarrow A^T_{2\times3}$

② $I_{2\times2} A^T_{2\times3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{2\times2} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 4 \end{bmatrix}_{2\times3}$

$= \begin{bmatrix} (1)(1)+(0)(2) & (1)(3)+(0)(-1) & (1)(0)+(0)(4) \\ (0)(1)+(1)(2) & (0)(3)+(1)(-1) & (0)(0)+(1)(4) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 4 \end{bmatrix}_{2\times3} = A^T$

Exp Find ① $\begin{bmatrix} -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}_{1\times3} \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}_{3\times1}$

3×1

$$= \begin{bmatrix} (-2)(5)+(3)(0)+(0)(4) \end{bmatrix}_{1\times1}$$

$$= [-10]$$

(2)

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}_{3\times1} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 4 \end{bmatrix}_{1\times3}$$

$$= \begin{bmatrix} (-2)(5) & (-2)(0) & (-2)(4) \\ (3)(5) & (3)(0) & (3)(4) \\ (0)(5) & (0)(0) & (0)(4) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -10 & 0 & -8 \\ 15 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3\times3}$$

Exp $\quad A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(1) $B^2 = BB =$

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}_{2\times2} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}_{2\times2}$$

$$\begin{bmatrix} (-1)(-1)+(3)(0) & (-1)(3)+(3)(2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (-1)(-1)+(3)(0) & (-1)(3)+(3)(2) \\ (0)(-1)+(2)(0) & (0)(3)+(2)(2) \end{bmatrix}_{2\times 2}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

(2) $(BA^T)^T = \left(\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^T \right)^T$

T: Transpose

$$= \left(\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}_{2\times 2} \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}_{2\times 2} \right)^T$$

$$= \left(\begin{bmatrix} (-1)(5)+(3)(3) & (-1)(1)+(3)(2) \\ (0)(5)+(2)(3) & (0)(1)+(2)(2) \end{bmatrix} \right)^T$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}^T$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Done