

Digital Systems ENCS2340

Chapters(1-5)

قال تعالى "إِنْ أَحْسَنْتُمْ أَحْسَنْتُمْ لِأَنْفُسِكُمْ^{صلى} وَإِنْ أَسَأْتُمْ فَلَهَا^ج"

إيمان الغلبان – أصيل قدح

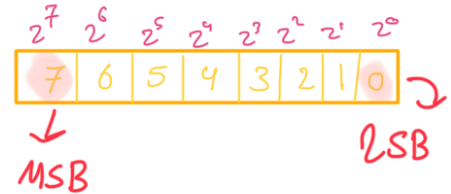
Chapter 1: Digital Systems and Binary numbers:

• Binary numbers:

- each binary digit (called a bit) is either 1 or 0
- Bits can represent:
 - Integers.
 - Fractions.
 - characters.

• Bit numbering:

- Least significant bit (LSB)
- most significant bit (MSB)



• Decimal value of Binary Numbers:

- each bit represents a power of 2.
- every Binary numbers is a sum of powers of 2.

التحويل من Binary إلى Decimal: $\text{Value} \times (2)^d$: $d = \text{index}$
↓
صيف أو واحد.

• example: $(10011101)_2 = 2^7 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^0 = (157)_{10}$
 $\begin{matrix} 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{matrix}$

التحويل من أي نظام إلى Decimal: $\text{Value} \times (\text{radix})^d$: $d = \text{Base}$

• example: $(2107)_8 = 2 \times 8^3 + 1 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = (1095)_{10}$
 $\begin{matrix} 3 & 2 & 1 & 0 \end{matrix}$

التحويل من Decimal إلى Binary:
← نقسم على (2) حتى يصبح الناتج = صيف

• example: convert $(37)_{10}$ to Binary:

$37/2$ الناتج الباقي $(37)_{10} = (100101)_{2}$
 18 1 2^{LSB}

18/2	9	0
9/2	4	1
4/2	2	0
2/2	1	0
1/2	0	1

↑
msb

• التحويل من عشري إلى أي نظام:
← نقسم على الـ (Base) حتى يصبح الناتج صفر.

• Popular Number Systems:

→ Binary:

- Base (radix) = 2
- Two digit values : 0 and 1
- numbers represented as zeros and ones.

→ Octal:

- Base (radix) = 8
- eight values: 0, 1, 2, ..., 7.

• التحويل بين Octal, Binary و Hexa, Binary سهل لأنهم عبارة عن (2) مرفوعة لقوة.

→ Hexadecimal:

- Base (radix) = 16
- Sixteen values = 0, 1, 2, ..., 9, A, ..., F.
- A=10, B=11, C=12, D=13, E=14, F=15.

→ Decimal:

- Base (radix) = 10.
- Ten values = 0, 1, ..., 9.

• Binary, Octal, Hexadecimal :

- من الـ (LSB) كل 3 منازل Binary = منزلة Octal
- من الـ (LSB) كل 4 منازل Binary = منزلة Hexa

Example: Convert 32-bit number into octal and Hexa:

most 3 5 3 0 5 5 2 3 6 2 4 least

$\overbrace{01110}^E \overbrace{1011}^B \overbrace{0001}^1 \overbrace{0110}^6 \overbrace{1010}^A \overbrace{0111}^7 \overbrace{1001}^9 \overbrace{0100}^4$ ✓
 Hexa

Example: $(3B A 4)_{16} \rightarrow (\quad)_{10}$
 $3 \times 16^3 + 11 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 4 \times 16^0 = (15268)_{10}$

$(7204)_8 \rightarrow (\quad)_{10}$
 $7 \times 8^3 + 2 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 4 \times 8^0 = 3716$

$(422)_{10} \rightarrow (1A6)_{16}$
 $\begin{array}{r} 422/16 \\ 26/16 \\ 1/16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 26 \\ 1 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ A \\ 1 \end{array} \quad \uparrow$

$(422) \rightarrow (646)_8$
 $\begin{array}{r} 422/8 \\ 52/8 \\ 6/8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 52 \\ 6 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ 4 \\ 6 \end{array} \quad \uparrow$

$(821)_8 \rightarrow (\quad)_{10}$
 - invalid العدد ، $0 \rightarrow 7$ = Range ال

• Important properties:

→ How many possible digits can we have in radix r ?

r digits, range of $0 - r-1$

$r=8$, 8 digits, $0 - 7$.

$r=2$, 2 digits, $0 - 1$.

⋮

→ what is the result of adding (1) to the largest digit in radix r ?

$(9)_{10} + (1)_{10} = (10)_{10}$ (radix = 10) لا أكبر رقم في ال

$(1)_2 + (1)_2 = (10)_2$ الجواب دائما يكون (10) في نفس ال radix

$(7)_8 + (1)_8 = (10)_8$

→ what is the largest value using 3 digits in radix r ?

$$(111)_2 = 2^3 - 1$$

$$(777)_8 = 8^3 - 1 \quad (\text{radix} = r) \text{ في } (n) \text{ منزلة في } r^n - 1$$

$$(999)_{10} = 10^3 - 1$$

• Representing Fractions:

Example: $(2409.87)_{10}$

$$2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 9 \times 10^0 + 8 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2}$$

الأعداد بتبليش القوة من (-)

• Converting Decimal Fraction to Binary:

• تحويل الأعداد من Decimal إلى Binary :

← نضرب الأعداد $2 \times$

← نأخذ العدد العشري. ونرجع نضرب لغاية ما نصل الأعداد = كسر.

Example : Convert 0.6875 to radix 2:

$$\begin{array}{rcl} 0.6875 \times 2 & = & 1.375 \\ 0.375 \times 2 & = & 0.75 \\ 0.75 \times 2 & = & 1.5 \\ 0.5 \times 2 & = & 1 \end{array}$$

$$(0.6875)_{10} = (0.1011)_2$$

Convert 139.6875 to octal :

Radix = 8

$$\begin{array}{rcl} 139/8 & = & 17 \quad 3 \\ 17/8 & = & 2 \quad 1 \\ 2/8 & = & 0 \quad 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \uparrow \\ \downarrow \end{array}$$

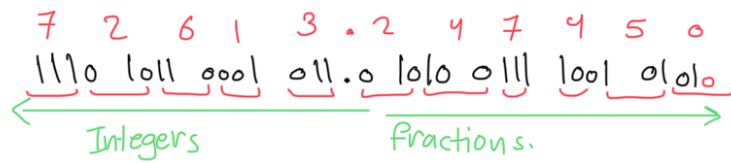
$$\begin{array}{rcl} 0.6875 \times 8 & = & 5.5 \\ 0.5 \times 8 & = & 4.0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ \uparrow \end{array}$$

$$(139.6875)_{10} = (213.54)_8$$

• التحويل بين (Octal, Binary) و (Hexa, Binary) في الfractions :

← نكتب من اليسار لليمين

Example: Convert 32 Binary bit to decimal:



Important properties of fractions:

→ what is the largest fraction value if m fraction digit is used in radix r ?

in general $1 - r^{-m}$

→ How many fraction values exist with m fraction bit?

Binary $\rightarrow 2^m$
عدد القيم الممكنة (صفر أو واحد)

Complements of numbers:

→ Radix complement (r 's complement).

→ Diminished radix complement ($(r-1)$'s complement).

* Diminished radix complement:

$$\text{Complement} = \text{Largest number} - N$$

Example: 9's complement of 546700 =
(10-1) complement

$$999999 - 546700 = 453299$$

1's complement of 1011 000 =
2-1 comp

$$111111 - 1011000 = 010011$$

جالي الصفر
واحد والواحد
صفر

* Radix Complement :

$$\text{Complement} = r^n - N$$

bits.

Example: 10's complement of 546700 =

$$100000 - 546700 = 453300$$

10's complement of 012398 =

$$987602$$

2's complement of 1011000 =

$$0101000$$

• أول منزلة غير صفرية نزي ما هي
• التي بعدها نطرح الواحد والواحد صفر.

2's complement of 010101 =

$$101011$$

• الأصغر نزي ما هم.
• أول منزلة غير صفرية
• بوصولها لـ r^n
• باقي المنازل لـ $r^n - 1$.

• Subtraction using Complements:

* Subtraction using r's complement:

- 1- Find r's complement for the subtrahend.
- 2- add the complement to the minuend.

• Two possible cases:

Case [1]: Subtrahend Smaller than minuend:

• إذا كان المرحوح أقل من المرحوح منه ، بطرح منزلة زيادة (carry) بهما.

• الجواب موجب.

Case [2]: Subtrahend Bigger than the minuend:

• إذا كان المرحوح أكبر من المرحوح منه ،

• الجواب سالب (يرجع بحل r's complement)

• قس Carry .

Example: Using 10's complement:

$$72532 - 03250$$

$$= 69282$$

• ضلیم نفس عدد ال Bit

• إذا كان المرحوح أكبر من المرحوح منه ،

10's complement → 96750 +
for 03250

$$\begin{array}{r} 72532 \\ + 96750 \\ \hline 169282 \end{array}$$

بطلها

Example: Using 10's complement:

$$03250 - 72532 = -69282$$

$$\begin{array}{r} 03250 \\ + 27468 \\ \hline 30718 \end{array}$$

(خس carry، لا نرم 2's comp)

⊖ (69282) جم سالب.

* Subtraction using (r-1) complement.

- 1- find (r-1)'s complement for the subtrahend.
- 2- add the complement to the minuend.

• Two possible cases:

Case [1]: Subtrahend smaller than minuend:

إذا كان المبروح أقل من المبروح منه ، بطل من زيادة (carry) جمعه مع الجواب.

• الجواب موجب.

Case [2]: Subtrahend Bigger than the minuend:

إذا كان المبروح أكبر من المبروح منه ،

• الجواب سالب (برجع بعمل (r-1) complement.

• قس carry.

Example: Using 9's complement:

$$72532 - 03250 = 69282$$

• ضلیم نفس عدد ال Bit
• اذا بدی أهنيف بهنيف عالیا

→ 1 1

$$\begin{array}{r}
 72532 \\
 96749 \quad + \\
 \hline
 169281 \quad + \\
 \hline
 69282
 \end{array}$$

9's complement →

Example: Using 9's complement:

$$03250 - 72532 = -69282$$

$$\begin{array}{r}
 03250 \quad + \\
 27467 \\
 \hline
 30717 \\
 - (69282) \quad \text{9's complement}
 \end{array}$$

9's complement →

Example: using 2's complement :

$$13 - 6 =$$

• 8 bit binary representation =

$$\begin{array}{r}
 0001101 \\
 - \\
 0000110 \\
 \hline
 \end{array}$$

• convert subtraction to adding:

$$\begin{array}{r}
 0001101 \\
 1111010 \\
 \hline
 10000111 \quad \text{①} \\
 \hline
 \end{array}$$

الجواب

• المخرج أكبر من المدخل منه :

← الجواب موجب .

← يحمل ال carry

Example: using 2's complement :

$$6 - 13$$

$$\begin{array}{r}
 0000110 \\
 1111011 \\
 \hline
 1111001 \\
 \hline
 \end{array}$$

2's complement (0000111) = -7

• المخرج أكبر من المدخل منه .

← الجواب سالب .

← يرجع لـ 2's comp

Example: using 1's complement :

Example: $110101 - 100101 =$

$$\begin{array}{r} 110101 \\ + 011010 \\ \hline 1010111 \\ \xrightarrow{+1} \\ 010000 \end{array}$$

كل الحلي كد هسنا
عن ال unsigned التعامل
مع ال signed مختلف.

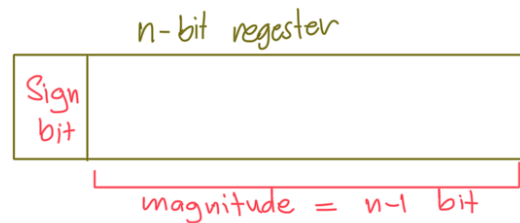
• Signed numbers:

→ several ways to represent signed numbers:

- 1- 2's complement. (الأكثر استخدامًا)
- 2- 1's complement.
- 3- Sign magnitude.

• في ال unsigned كان ال Range من صفر لفاية $(r^n - 1)$ هسنا ال Range رح ينفص لسالبي و موجب

□ sign magnitude Representation:



• اذا بدّي أمثل الرقم في (n-bit) المقدار بمثله في (n-1 bit) و bit واحد اشارة الرقم.

• اذا $\text{Sign bit} = 0$ يعني الرقم موجب.

• اذا $\text{Sign bit} = 1$ يعني الرقم سالبي.

$n = \text{number of bits}, \quad r = \text{base}.$

• أكبر رقم يمكن تمثيله هو $(r^{n-1} - 1)$

• ال Range = $(r^{n-1} - 1) \text{ to } -(r^{n-1} - 1)$

• يعني ال Range مقسوم لمنطوقين متساويين وحدة موجبة و وحدة سالبة.
(Symmetric range)

Example:

$$\begin{array}{l} \text{0} \quad 0101101 = +45 \\ \text{1} \quad 0101101 = -45 \end{array}$$

مثال هاي الطرفية :

- ← يوجد قيمتين للمنفرد $+0$, -0 .
- ← صعوبة في التعامل والجمع والطرح .

2's complement Representation:

The 2's complement of $N = 1$'s complement + 1

أو باختصار ، ثبت الـ 1 للأصفار وأبدل منزلة غير صفرية ، والباقي بـ 1 .

- ← إذا الرقم آخره 0 يكون موجب .
- ← إذا الرقم آخره 1 يكون سالب ، ويرجع بعمل 2's على شأن أجبب القيمة الأصلية .

← 1 - 2's comp لأي رقم = سالب الرقم .

- ← إذا جمعت $N + 2$'s complement عندي حاليين : 1 - بشكل عام الجواب $= 2^n$
- 2 - إذا ما حسبت الـ carry الجواب 0

Example: $N = 00101100$ (44)

$-N = 11010100$ (-44)

$N + -N = 100000000 \rightarrow$ in general, Result = 2^n

$= 2^8$

$= 100000000$

← يوجد تمثيل واحد فقط للمنفرد

Unsigned and signed value:

→ positive numbers:

signed = unsigned

الاختلاف في القيم يظهر في الأرقام السالبة .

→ negative numbers:

Signed value = unsigned value - $2^{(n-1)}$ number of bits.

→ negative weight for MSB:

1 0 1 1 0 1 0 0
-128 64 32 16 8 4 2 1

$-128 + 32 + 16 + 4 = -76$

Ranges of unsigned / signed Integers:

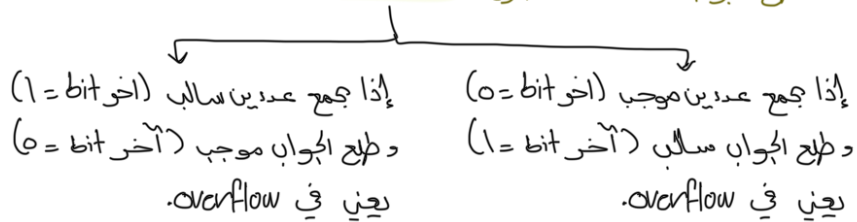
Range of unsigned and signed integers

- for n bit unsigned integers: Range is 0 to $(2^n - 1)$
- for n -bit signed Integers: Range is -2^{n-1} to $2^{n-1} - 1$
- Positive integers: 0 to $2^{n-1} - 1$
- negative integers: -2^{n-1} to -1

• Arithmetic Addition :

← إذا جمع عددين واحد منهم سالب (2's comp) وطرح مع carry بهما 4 .

← إذا جمعت رقمين (n bit) وطرح الجواب ($n+1$ bit) يكون overflow .



• بشكل عام عشان أعرف في سوا overflow أو لا بحل (XOR) بين آخر (2 carry) .

Example :

$15 + 8 = 23 \rightarrow$

$$\begin{array}{r} 0000\ 1111 \\ + 0000\ 1000 \\ \hline 0000\ 1011 \end{array}$$

carry آخر منزلتين فش
 $\text{false} \oplus \text{false} = \text{false}$
 no overflow + no carry

$79 + 64 = 143 \rightarrow$

$$\begin{array}{r} 0100\ 1111 \\ + 0100\ 0000 \\ \hline 1000\ 1111 \end{array}$$

• no carry (فش منزلة زيادة)
 • overflow = 1
 جمعت عددين موجب أعطاني
 الجواب سالب، أو XOR بين الـ carry

$15 - 8 = 7 \rightarrow$

$$\begin{array}{r} 0000\ 1111 \\ + 1111\ 1000 \\ \hline 1000\ 0111 \end{array}$$

• carry = 1
 • overflow = 0
 $1 \oplus 1 = 0$

• Binary codes :

← بقدر أعطي لأي شيء Binary code بشرط يكون unique واستخدم عدد bits مناسب.

Example :

Suppose we want to code 7 colors

$2^3 = 8$

3 bit بقدر استخدم = 3

بقدر أمثل 8 أكواد في 3 bit

Red	000
Orange	001
Yellow	010
Green	011
Blue	100
Indigo	101
Violet	110

فش الشيء بلزمني بالقيم
 المهم ما يكون الشيء مكرر،
 واستخدم أقل عدد Bit ممكن

• Decimal Codes :

- ← في أكثر من طريقة code عشوائي أمثل الـ Decimal بـ Binary
- ← التحويل بين الأنظمة \neq الـ coding

→ Binary coded decimal : (BCD)

← تمثيل من 0-9 في 4 bit binary

→ BCD is weighted code:

يعني كل منزلة لها قيمة معينة

Weights are = 8, 4, 2, 1

الـ BCD يشبه التحويل لـ Binary من جهة الـ weight لكل منزلة.

Example :

$$1 = 0001$$

$$2 = 0010$$

$$3 = 0011$$

$$13 = 0001 \quad 0011$$

إذا عندي أكثر من منزلة، كل منزلة يمثلها بـ 4 bit كالمثال.

→ BCD Arithmetic :

جمع الـ BCD يشبه جمع الـ Binary
بس إذا طرح معي قيمة invalid (أكبر من 9)
لارجع جمع الناتج 6.

Example: $8 + 5 = 13$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ + 0101 \\ \hline 1101 \end{array} \rightarrow \text{أكبر من 9}$$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ + 0110 \\ \hline 0011 \quad 0110 \\ \hline 1 \quad 3 \end{array}$$

Example: $2905 + 1897 =$

$$\begin{array}{r} 0010 \quad 1001 \quad 0000 \quad 1011 \\ + 0001 \quad 1000 \quad 1001 \quad 0111 \\ \hline 0100 \quad 10010 \quad 1010 \quad 1100 \end{array}$$

جمع أول 4 أرقام وإذا بلغ
بضرب 6 بحدين بكل للبعد.

	0110	0110	0110
0100	1000	0000	0010
4	8	0	2

→ Gray Code:

← الـ Gray code يسمح بتغيير bit واحد بس بين كل عددين متتاليين ،
 في البيناري 1 = 0001 ، 2 = 0010 ، أما في الـ Gray code
 1 = 0001 ، 2 = 0011 في منزلتين تعبر فيهم

→ conversion between Binary and gray:
 عملية التحويل عبارة عن (XOR).

• From Binary to gray:

Binary 1100110
 gray 10101

أول منزلة نري ما هي .
 بعددين XOR بين كل منزلتين حداث

• From gray to Binary:

Gray 110101
 Binary 100110

أول منزلة نري ما هي .
 XOR بين كل منزلتين قبل اخص

• Other Decimal codes:

→ BCD
 → 5421
 → 2421
 → 84-2-1
 → excess -3

Self complementary codes.

يمكن كل رمز يكون له أكثر من كود حسب

جميع 3 وبتل Binary Excess-3

Decimal	weight	BCD	5421	2421	84-2-1	Excess-3
0		0000	0000	0000	0000	0011
1		0001	0001	0001	0111	0100
2		0010	0010	1000	0110	0101

3	0011	0011	1001	0101	0110
4	0100	0100	0100	0100	0111
5	0101	1000	0101	1011	1000
6	0110	1001	1100	1010	1001
7	0111	1010	1101	1001	1010
8	1000	1011	1110	1000	1011
9	1001	1100	1111	1111	1100
unused					

• Self complementary codes:

← اذا اخذت code بال 2421 وجبت complement بنفس ال code
 مع يكونوا نفسهم بال 3-excess و 1-2-84

• Binary logic:

→ Basic operations:

[1] And

$$Z = X \text{ and } y$$

$$Z = X \cdot y$$

$$Z = xy$$

Truth table

x	y	z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Symbol



[2] OR

$$Z = X \text{ or } y$$

$$Z = X + y$$

x	y	z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



[3] not

$$Z = \text{not } X$$

$$Z = \bar{X}$$

$$Z = X'$$

x	z
0	1
1	0



Chapter [2]: Boolean Algebra and logic gates :

Basic Theorems

Table 2.1
Postulates and Theorems of Boolean Algebra

Postulate 2	(a)	$x + 0 = x$	(b)	$x \cdot 1 = x$
Postulate 5	(a)	$x + x' = 1$	(b)	$x \cdot x' = 0$
Theorem 1	(a)	$x + x = x$	(b)	$x \cdot x = x$
Theorem 2	(a)	$x + 1 = 1$	(b)	$x \cdot 0 = 0$
Theorem 3, involution		$(x')' = x$		
Postulate 3, commutative	(a)	$x + y = y + x$	(b)	$xy = yx$
Theorem 4, associative	(a)	$x + (y + z) = (x + y) + z$	(b)	$x(yz) = (xy)z$
Postulate 4, distributive	(a)	$x(y + z) = xy + xz$	(b)	$x + yz = (x + y)(x + z)$
Theorem 5, DeMorgan	(a)	$(x + y)' = x'y'$	(b)	$(xy)' = x' + y'$
Theorem 6, absorption	(a)	$x + xy = x$	(b)	$x(x + y) = x$

• Example: Prove that $xy + x'z + yz = xy + x'z$.

→ proof: $xy + x'z + yz$ starting from the left side

$$= xy + x'z + 1 \cdot yz$$

$$yz = yz \cdot 1$$

$$= xy + x'z + (x + x')(yz)$$

$$1 = x + x'$$

$$= xy + x'z + xy + x'z$$

Distributive • over +

$$= xy + xy + x'z + x'z$$

associative commutative +

$$= xy \cdot 1 + xy + x'z \cdot 1 + x'z$$

$$xy = xy \cdot 1 \quad x'z = x'z \cdot 1$$

$$= xy(1 + z) + x'z(1 + y)$$

$$= xy(1) + x'z(1)$$

$$1 + z = 1$$

$$1 + y = 1$$

$$= xy + x'z$$

$$= \text{right side}$$

• Duality Principle:

The dual of boolean expression can obtained by:

- 1- interchange (And) and (OR) operations.
- 2- interchanging 0's and 1's

Example: The dual of $x(y + z)' = x + (yz)'$ The complement doesn't change.

	Property	Dual Property
Identity	$x + 0 = x$	$x \cdot 1 = x$
Complement	$x + x' = 1$	$x \cdot x' = 0$
Distributive	$x(y + z) = xy + xz$	$x + yz = (x + y)(x + z)$

- if a property is proven to be true, then its dual is also true.

• Demorgan's Theorem.

(يستخدم لتوزيع complement)

$$\rightarrow (x + y)' = x' \cdot y'$$

$$\rightarrow (x \cdot y)' = x' + y'$$

• توزيع الـ ()

← تغيير الإشارة

← نتيجة الـ dual يكون الـ Complement بضو يتغير.

Truth table:

x	y	x'	y'	x+y	(x+y)'	x'y'	x y	(x y)'	x' + y'
0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1	0	0

Identical

Identical

• Boolean Functions:

→ could be described using:

- 1- expression. (Boolean variables, Boolean constants and Boolean operators)
- 2- Truth Table.
- 3- Logic gates.

• Operator precedence:

العمليات حسب الأولوية:

- 1- Expressions within parentheses. (العمليات داخل الأقواس)
- 2- Not
- 3- AND.
- 4- OR.

• Truth Table:

→ A Truth Table can represent a Boolean Function.

→ List all possible combinations of 0's and one's

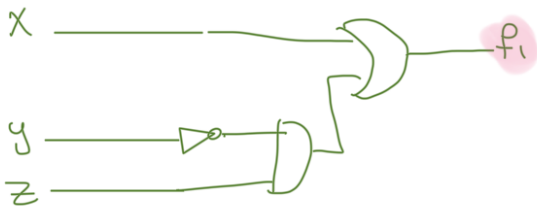
→ if n variables then 2^n rows

$$f_1 = x + y'z \quad f_2 = x'y'z + x'y'z + xy'$$

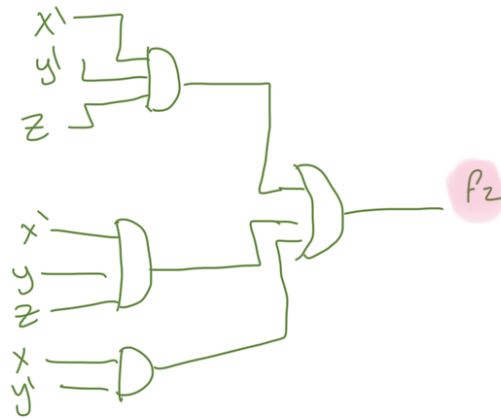
x	y	z	F ₁	F ₂
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0

• Circuit diagram

$$f_1 = x + y'z$$



$$f_2 = x'y'z + x'yz + xy'$$



• Algebraic manipulation:

تقليل عدد الـ literals

→ Literal: a single variable within a term,

المتغيري يسمى literal

$$f = x(x' + y) \rightarrow 3 \text{ literals}$$

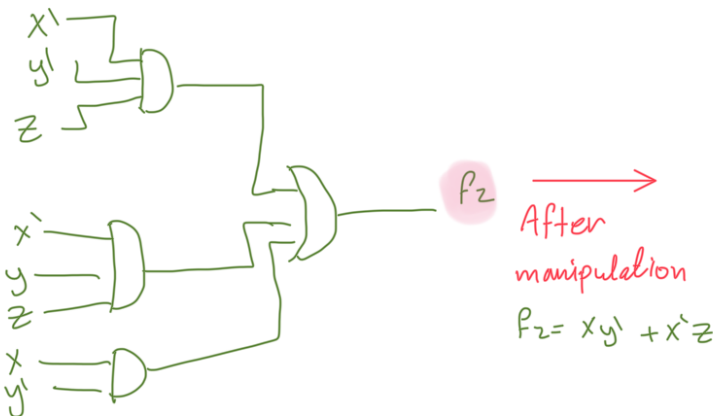
سواء مع أو بدون complement

Example:

$$1 - x(x' + y) = xx' + xy = 0 + xy = xy \quad 2 \text{ literals.}$$

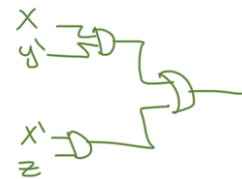
$$2 - x + x'y = (x + x')(x + y) = 1(x + y) = x + y \quad 2 \text{ literals.}$$

$$3 - (x + y)(x + y') = xx + xy' + xy + yy' = x(1 + y' + y) = x(1) = x \quad 1 \text{ literal.}$$



After manipulation

$$f_2 = x'y' + x'z$$



• Complementing Boolean Functions:

→ using DeMorgan theorem.

$$\text{Example: } f_1 = x'y'z' + (xy'z)'$$

• يوزع النقي على الحدود كلها.

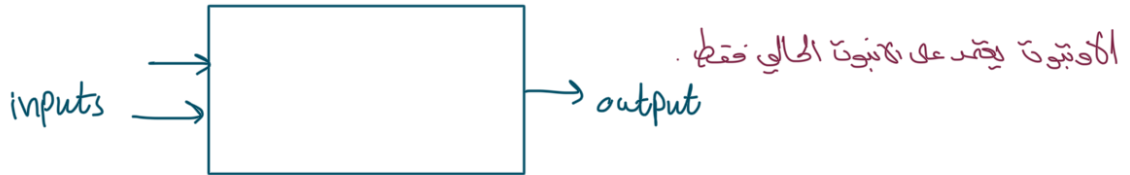
• ينبغي المتغيرات على الحالات .

$$F_1 = (x + y' + z)(x' + y + z)$$

Simplification :

- canonical forms
 - sum of minterms.
 - product of maxterms
- standard forms
 - sum of product.
 - product of sum

• combinational Circuit :



• Minterms and Maxterms: (canonical forms)

x	y	index	Minterm (m)	Maxterm (M)
0	0	0	$m_0 = \underline{x}'\underline{y}'$	$M_0 = \underline{x} + \underline{y}$
0	1	1	$m_1 = x'y$	$M_1 = x + y'$
1	0	2	$m_2 = xy'$	$M_2 = x' + y$
1	1	3	$m_3 = xy$	$M_3 = x' + y'$

• Minterms: **And** terms , with each variable represented in either true or complement form.

• Maxterms: **OR** terms , with each variable represented in either true or complement form.

• for n variables there are 2^n maxterms and 2^n minterms.

• minterm is complement of maxterm.

• Sum of minterms (SOM), \leftarrow طريقة الكتابة f
 and Product of maxterms (POM)

x	y	z	f
---	---	---	---

→ minterms: where function equals 1.

$$f = m_2 + m_3 + m_5 + m_7$$

$$f = x'y'z + x'yz + xy'z + xyz$$

$$f = \sum(2, 3, 5, 7)$$

→ maxterms: where function equals 0

$$f = M_0 + M_1 + M_4 + M_6$$

$$f = (x+y+z)(x+y+z')(x+y+z)(x+y+z')$$

$$f = \prod(0, 1, 4, 6)$$

0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	1
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	0
1 1 1	1

Examples :

$$f(a,b,c,d) = \prod(1, 3, 11)$$

الترتيب مهم

$$0001, 0011, 1011$$

عشان اكتب الاكسبريشن :

← بطل الانديكر لبازي

$$f = (a+b+c+d)(a+b+c+d)(a+b+c+d)$$

← بكتبهم بـ 0 لانه (a,b,c,d)

$$f(a,b,c,d) = \sum(2, 3, 6, 10, 11)$$

$$0010, 0011, 0110, 1010, 1011$$

← نبي SOM و POM

لانهم كل ترمم يحوي على كل المتغيرات

$$f = abcd + abcd + abcd + abcd + abcd$$

• Conversions between Canonical forms:

The same Boolean function can be expressed in two ways:

→ Sum of minterms.

→ Product of maxterms.

To convert between them:

→ interchange the symbol (\sum, \prod)

→ List the missing numbers.

$$\text{Example: } f(a,b,c) = \sum(1, 3, 7)$$

$$0-7 \text{ احوالات } 3 \text{ variables يعني } = \prod(0, 2, 4, 5, 6)$$

← الأرقام اللي فتل =

← بغير الرمز

• Function complement :

Two ways to write the complement :

- 1] interchange the symbol with the same numbers.
- 2] same symbol and the missing numbers.

Example: $F(x, y, z) = \Sigma(0, 2, 3, 5, 7)$
 $F'(x, y, z) = \Sigma(1, 4, 6)$
 $F'(x, y, z) = \Pi(0, 2, 3, 5, 7)$

• Algebraic conversion to (SOM):

← شتر ال SOM يا تة ال variables كلهم يكونوا موجودين .
 ← عشان احول ال Function ال SOM بضيف ال ناقص .

Example: $F(x, y) = \underline{x} + x'y'$
 فش ي . جا
 لازم اكون عازي عددهم .
 $= x(y + y')$ $+ x'y'$
 قيمتهم = 1 مارج يا تة ال ناقص .
 $= xy + xy' + x'y'$ (SOM)
 $= 11 + 10 + 00 = F = \Sigma(0, 2, 3)$

$F(a, b, c) = a + bc$
 $= a(b+b')(c+c') + (a+a')bc$
 $= \cancel{abc} + abc' + ab'c + ab'c' + \cancel{abc} + abc$
 $= abc' + abc + ab'c + ab'c' + a'bc$
 $= 110 + 111 + 101 + 100 + 011$
 $F = \Sigma(3, 4, 5, 6, 7)$

• Algebraic conversion to (POM):

← يجب ال variable الناقص عن طريق ال distributive law

Example: $F(a, b, c) = (\underbrace{ac'}_b + \underbrace{bc}_a) + \underbrace{a'b}_c$
 $F(a, b, c) = (ac' + bc + a')(ac' + bc + b')$
 $= (\underline{c' + a' + bc})(c + b' + ac')$
 $= (a' + b + c')(a + b' + b)$ كتيب المتقارباتم
 $= (1 \ 0 \ 1) \ (0 \ 1 \ 0)$
 $F(a, b, c) = \Pi(2, 5)$

$ac' + a' = a' + c$
 $bc + c' = b + c$

• Standard forms:

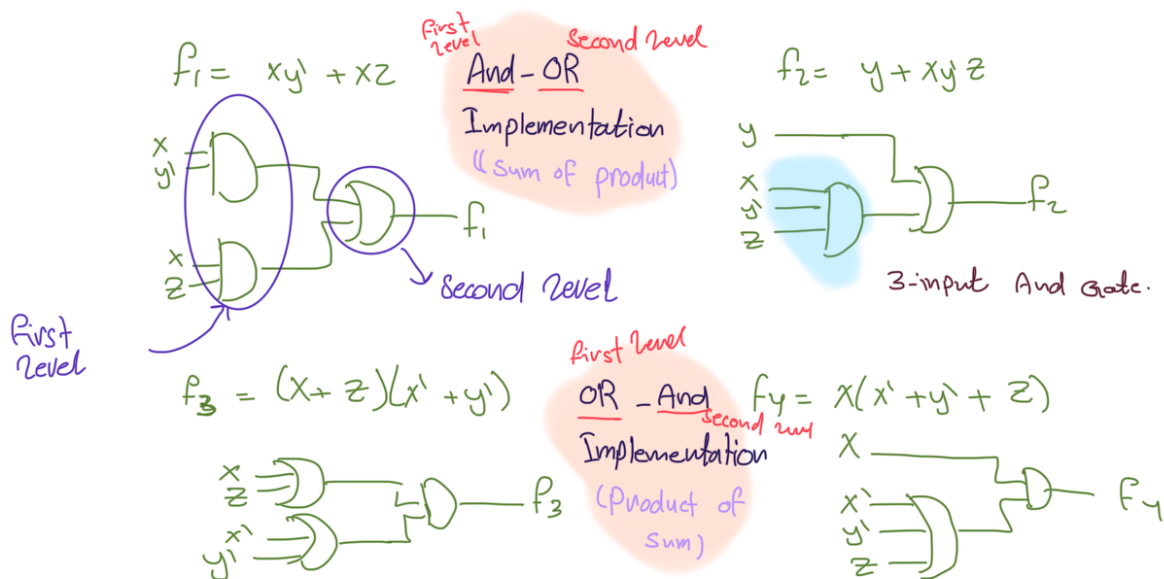
← Sum of product. (الفن ال SOM ال مشا شتر يكونوا ال المتقارباتم) .

« نفس ال POM بس مش شغل يكونوا كل المتغيرات موجودة » \rightarrow product of sum. يكونه الفكتشن مبسّط (عنه أقل من ال literals).

Example: $F = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + ABC$
 « بقدر أطلع عامل مشترك أكثر من مرة »
 $= \overline{A}B(\overline{C} + C) + B\overline{C}(\overline{A} + A) + AC(\overline{B} + B)$
 $= \overline{A}B + B\overline{C} + AC$
 $= \text{SOP.}$

Example: $F = A'B'c + AB'c' + AB'c + ABC$ $F = \Sigma(1, 4, 5, 7)$
 عشانه أكتب F بصيغة (POS) $F' = \overline{A'B'c'} + \overline{AB'c'} + \overline{ABC} + \overline{ABC'}$ (SOM)
 1- بكتب F' بصيغة (SOP) $F' = A'B(c+c') + A'c'(B'+B) + (A'+A)Bc'$
 2- بحل complement $(F' = A'B + A'c' + Bc')$ SOP
 $F = (A+B')(A+c)(B'+c)$ POS

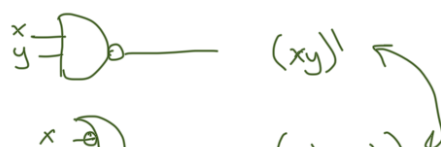
Two Level Gate Implementation:



Additional Logic Gates:

□ **NAND Gate:**
 (Not AND):

2 symbols for nand gate:



x	y	NAND
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$y \rightarrow (x' + y)'$$

[2] Nor gate:
(not OR)

2 Symbols for nor gate:



x	y	nor
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

[3] XOR Gate:

Symbol: $x \oplus y$

x	y	XOR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

[4] X NOR Gate:

Symbol: $(x \oplus y)'$

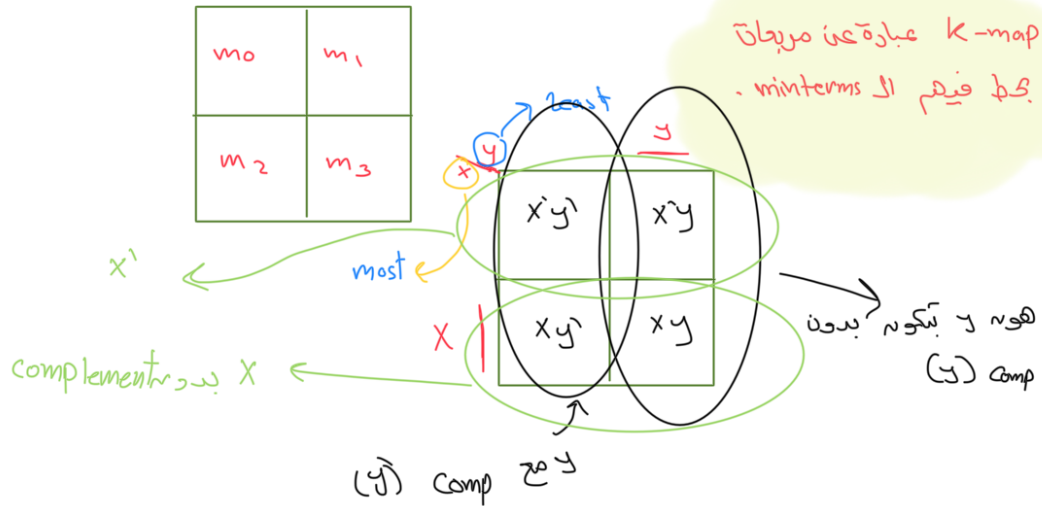
x	y	XNOR
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Chapter [3]: Gate - level minimization:

• Karnaugh Map: (k-map)

→ method to minimize the function

2 variables k-map



Example:

معطى من السؤال

x	y	f	
0	0	1	m_0
0	1	0	m_1
1	0	1	m_2
1	1	1	m_3

$x \backslash y$	0	1
0	1	0
1	1	1

$x \backslash y$	0	1
0	1	0
1	1	1

$$f = y' + x$$

بالنسبة لـ x المجموعة
لكل x في (x) ، بالنسبة لـ y
جزء في منطقة y وجزء في
منطقة y' فما يكتب y
في الـ term

• جمع الواحدات بشرط:

- 1- يكون عددهم 2 (1, 2, 4, 8, ...).
- 2- يكونوا adjacent (افقي أو عمودي مثل diagonal).
- 3- كل مجموعة فيها أكبر عدد ممكن من الـ adjacents.
- 4- جميع الواحدات بدون تكرار.

• لما أكتب الـ Function:

← كل مجموعة عبارة عن term.

← يكتب المتغير الذي ما تغيرت قيمته.

- Three variables kmap: (x, y, z)

		\rightarrow	
$x \backslash yz$			
	m_0	m_1	m_2
$x \downarrow$	m_4	m_5	m_6
	\leftarrow		z

• صار ترتيب عشوائي يظلوا ال adjacent جنب بعض
الفرق بين كل adjacent والآخر هو متغير واحد (فني)
قوة ال gray code.

	\rightarrow	
$x \backslash yz$		
	$x'y'z'$	$x'y'z$
$x \downarrow$	$x'y'z'$	$x'y'z$
	\leftarrow	

Example:

Simplify the boolean function $F(x, y, z) = \sum(3, 4, 5, 7)$

الترتيب مهم دالة الفكنشن.

$$f = x'y'z + x'y'z' + x'y'z + x'y'z (12 \text{ literals})$$

$$f = x'y + yz (4 \text{ literals})$$

	\rightarrow	
$x \backslash yz$		
		1
$x \downarrow$	1	1
	\leftarrow	

Example:

Simplify the boolean function $F(x, y, z) = \sum(3, 4, 6, 7)$

الترتيب مهم دالة الفكنشن.

$$f = x'y'z + x'y'z' + x'y'z + x'y'z (12 \text{ literals})$$

$$f = yz + xz' (4 \text{ literals})$$

	\rightarrow	
$x \backslash yz$		
	0	0
$x \downarrow$	1	0
	\leftarrow	

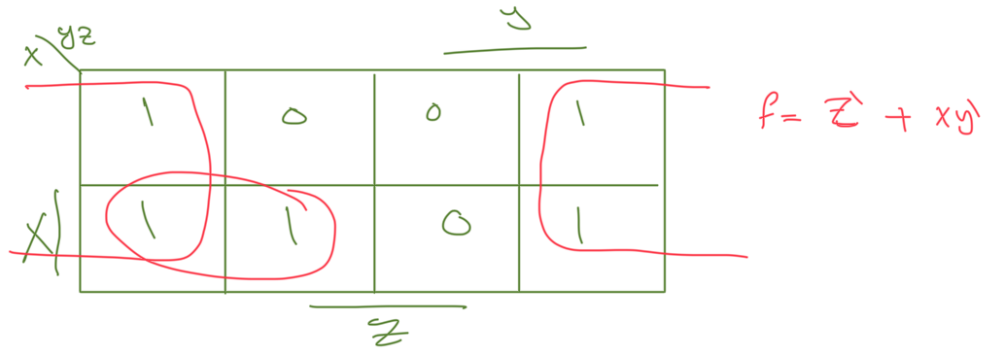
(الزوايا عبارة عن adjacent (بقتري أ دخدم بنفس المجموعة)

• في ال 3 variables kmap :

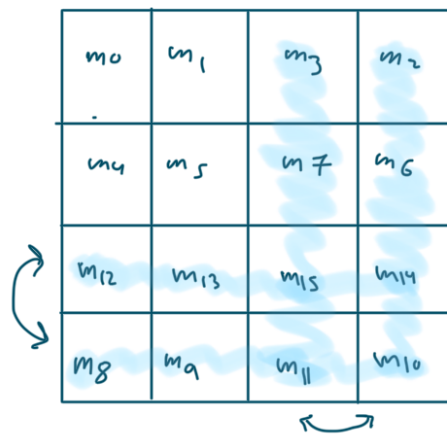
- ← إذا أخذت مجموعة فيها [1] واحد ، اليتيم يكون فيه 3 variables
- إذا أخذت مجموعة فيها [2] واحدة ، اليتيم يكون فيه 2 variables

- إذا أخذت مجموعة فيها 16 واحدة، الـ 16 قيم يكون فيه 4 Variables (16)
- إذا أخذت مجموعة فيها 8 واحدة، الـ 8 قيم يكون فيه 3 Variables (8)
- إذا أخذت مجموعة فيها 4 واحدة، الـ 4 قيم يكون فيه 2 Variables (4)
- إذا أخذت مجموعة فيها 2 واحدة، الـ 2 قيم يكون فيه 1 Variable (2)
- إذا أخذت مجموعة فيها 1 واحدة، الـ 1 قيمة يكون فيه 0 Variables (1)

Example: $F(x, y, z) = \sum (0, 2, 4, 5, 6)$



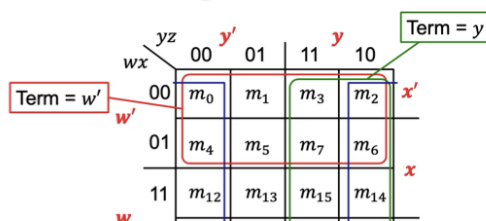
• Four variables k-map:



• في الـ 4 variables Kmap :

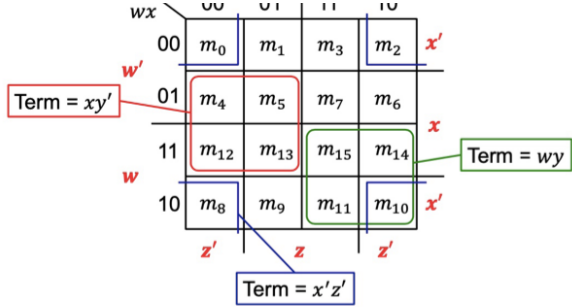
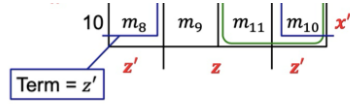
- ← إذا أخذت مجموعة فيها 16 واحد، الـ 16 قيم يكون فيه 4 Variables
- إذا أخذت مجموعة فيها 8 واحد، الـ 8 قيم يكون فيه 3 Variables
- إذا أخذت مجموعة فيها 4 واحد، الـ 4 قيم يكون فيه 2 Variables
- إذا أخذت مجموعة فيها 2 واحد، الـ 2 قيم يكون فيه 1 Variable
- إذا أخذت مجموعة فيها 1 واحد، الـ 1 قيمة يكون فيه 0 Variables (1)

combining 8 Squares



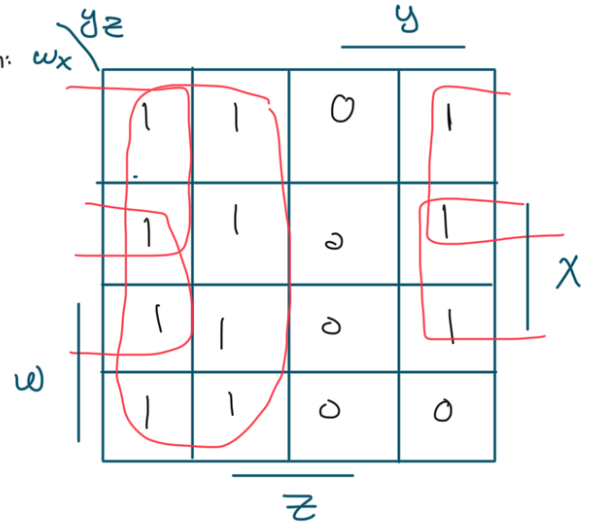
combining 4 Squares.





Example: Simplify the function:
 $f(w, x, y, z) = \sum(0, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14)$

$$f = y' + w'z' + xz'$$



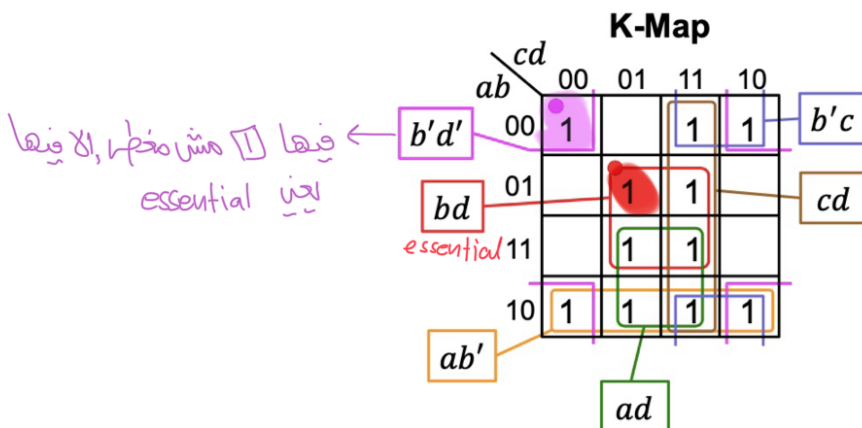
• Prime implicants:

→ prime implicant:

مجموعات مجاورة

→ essential prime implicant:

مجموعات مجاورة ليس بينها واحدات
 مش مغطاة في مجموعات ثانية



Six Prime Implicants
 $bd, b'd', ab', ad, cd, b'c$

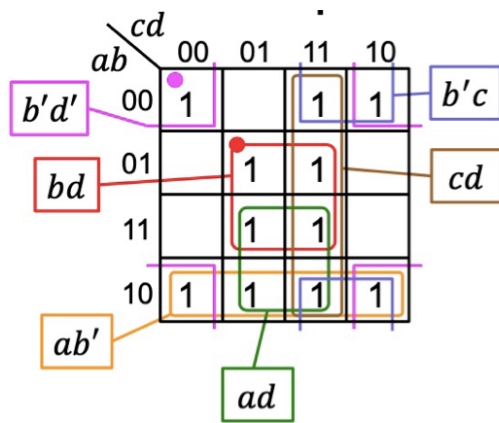
Only Two Prime Implicants are essential
 bd and $b'd'$

كل الـ 1 فيها موجودين في
 مجموعات ثانية، يعني مش essential

• ممكن يكون في أكثر من simplified expression بس بشرط الـ essential
 ليكونوا موجودين بكل الـ expressions

K-Map

Four possible solutions:



Four possible solutions.

$$f = bd + b'd' + cd + ad$$

$$f = bd + b'd' + cd + ab'$$

$$f = bd + b'd' + b'c + ab'$$

$$f = bd + b'd' + b'c + ad$$

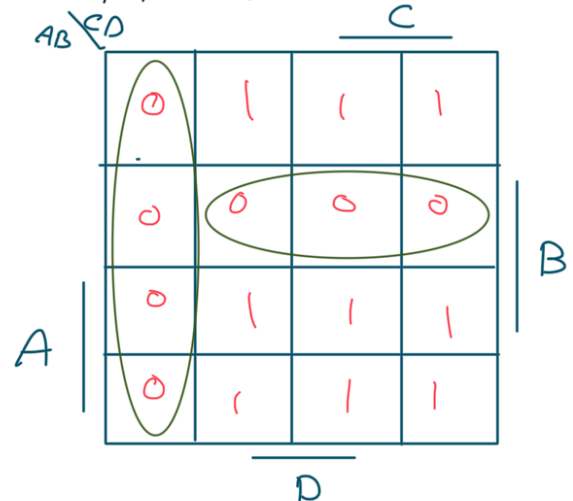
• Product of Sum simplification.

- Sum of product simplified Function بتعطين K-map بشكل عام.
- عشائر أبسط الفكنش بس بتعطين Product of Sum
- ← جمع adjacent أرقام بدل واحدات (الناتج يكون F' as sop
- ← لجمع complement للناتج عشائر أو بدل F as pos

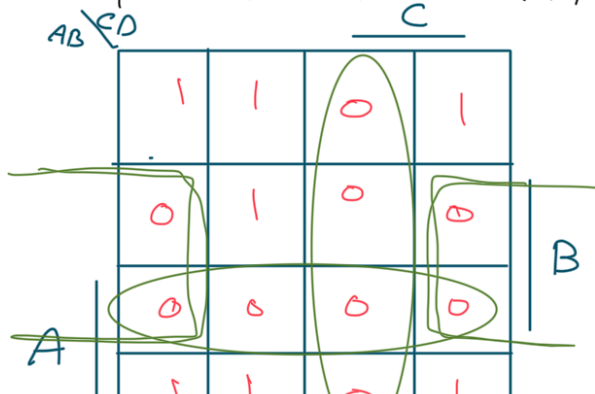
Example: $f(a,b,c,d) = \sum(1,2,3,9,10,11,13,14,15)$.

$$F' = C'D' + A'B$$

$$F = (C+D)(A+B')$$



Example: $F(A,B,C,D) = \sum(0,1,2,5,8,9,10)$



$$F' = AB + CD + BD'$$

$$F = (A'+B')(C'+D')(B'+D)$$



• Don't cares:

في حالتين لل don't cares :

- 1- يكون الاثنون don't care يعني مش ممكن يكون اوتبوت صحيح .
 - 2- يكون الاثنون don't care يعني اوتبوت غير متوقع .
- مكان ال don't care بـ X بمعنا ← ممكن احملها 0 or 1

Example:

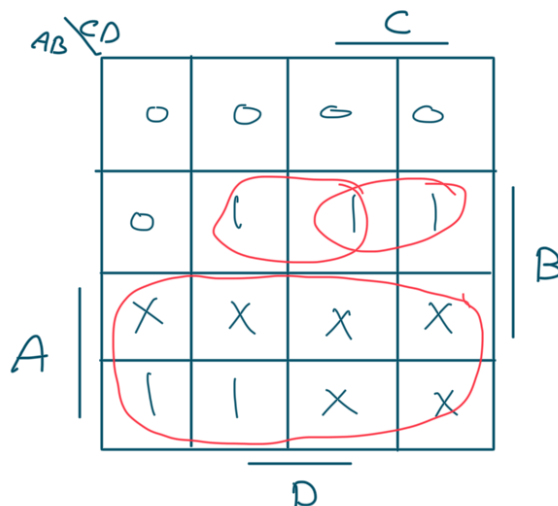
- ❖ Consider a function f defined over BCD inputs
- ❖ The function input is a BCD digit from 0 to 9
- ❖ The function output is 0 if the BCD input is 0 to 4
- ❖ The function output is 1 if the BCD input is 5 to 9
- ❖ The function output is X (don't care) if the input is 10 to 15 (not BCD)

Truth table:

a	b	c	d	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	X
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

$$f = \sum(5, 6, 7, 8, 9)$$

$$d = \sum(10, 11, 12, 13, 14, 15)$$

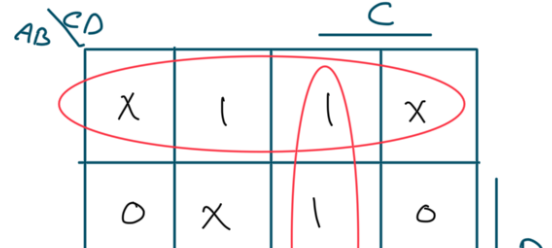


في k-map نحسب ال don't cares
يا مفضل يا واحد حسب شو جمع
وحسب اذا جتاج احصهم

$$f = A + A'BD + A'BC$$

Example: Simplify $g = \sum_m(1, 3, 7, 11, 15) + \sum_d(0, 2, 5)$

First solution:
 $g = cd + A'B'$

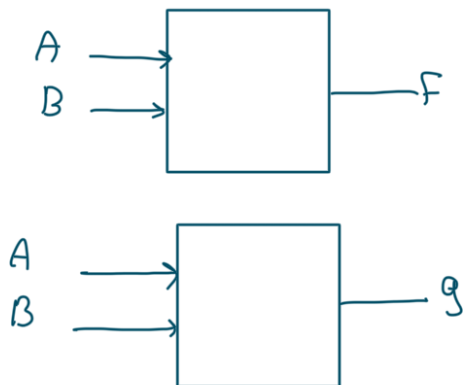


$AB \backslash CD$		C			
A		X	1	1	X
		0	X	1	0
		0	0	1	0
		0	0	1	0
		D			

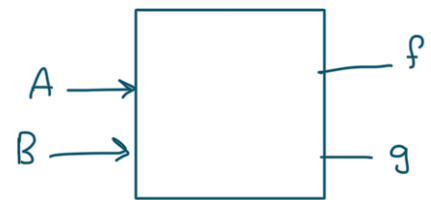
A	0	0	1	0
	0	0	1	0
				B
				D

Second solution =
 $g = cd + a'd$

- Multiple outputs
 → Same inputs, with different outputs.



2 separate circuits



one circuit with two outputs

Example:

$$f = \Sigma(0, 2, 6, 7) = f(A, B, C)$$

$$g = \Sigma(1, 3, 5, 7) = g(A, B, C)$$

→ minimize each function separately:

K map for f:

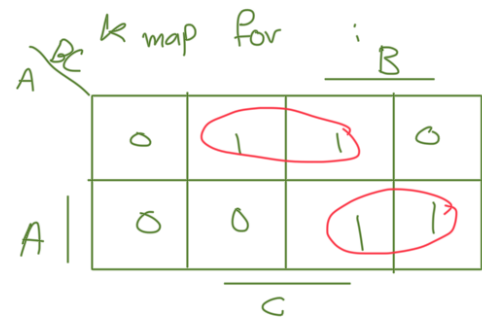
$A \backslash B$		C			
0		1	0	0	1
		0	0	1	1
1		0	0	1	1

$$f = a'c' + ab$$

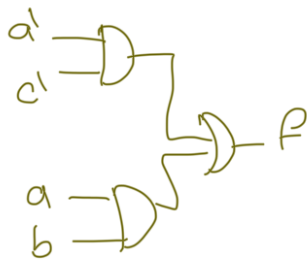


$$g = a'c + ab$$

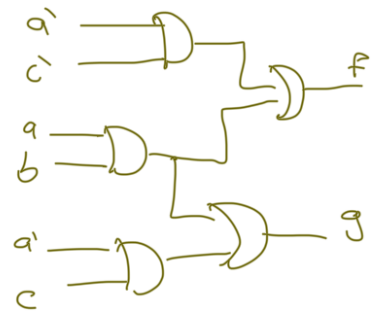
ab is a common term.



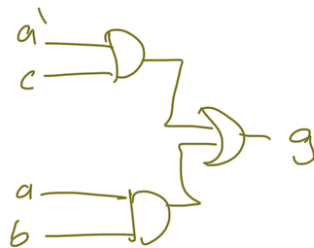
f:



- Using Common Term (one circuit)



g:



Universal Gates:

← بقدر نحل منهم أي Gate ثانية.

Nand Gate:

- not



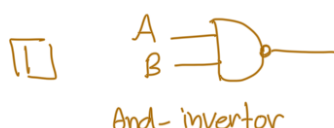
- And



- OR



Nand Gate Symbol:

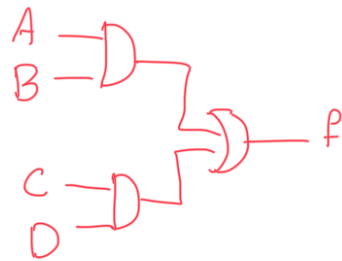


Two Level Nand Implementation:

← بقدر أحول أي سيركتة لـ Nand بشرط تكون And-OR (SOP)

Example:

$$F = AB + CD \quad \text{Sum of product.}$$

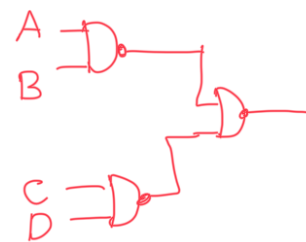
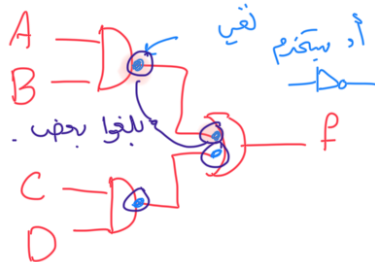


• عشان أحول لـ nand :

← يعني الادبوت لـ and

← يعني الانبوت لـ OR

← كل نقي بضيفه لازم يكون في نقي ثاني بضيفه
عشان ما يأت على قيمة الفكتش الأخرى



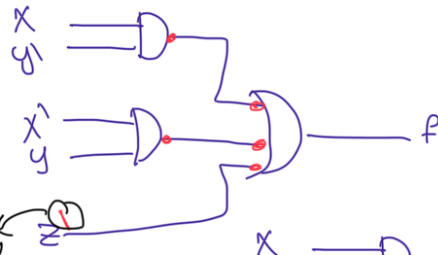
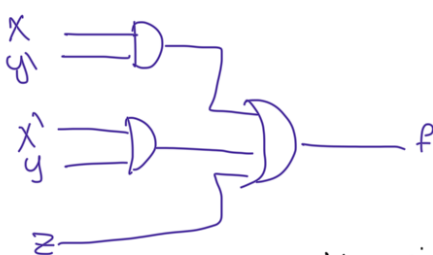
Example:

$$F(x, y, z) = (1, 2, 3, 4, 5, 7)$$

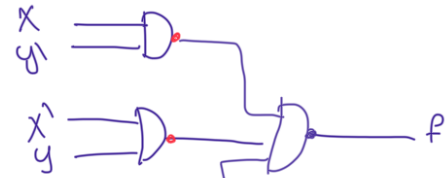
$x \backslash yz$	$\overline{y}\overline{z}$	$\overline{y}z$	$y\overline{z}$	yz
\overline{x}	0	1	1	1
x	1	1	1	0

$$F = xy' + x'y + z$$

SOP.



لأنهم أضفنا نقي عشان
تلغي النقي اللي ضيفته بعدها





② NoR Gate:

• Not $P = A'$

• OR $P = A + B$

• And

NoR gate symbol:



OR - inverter

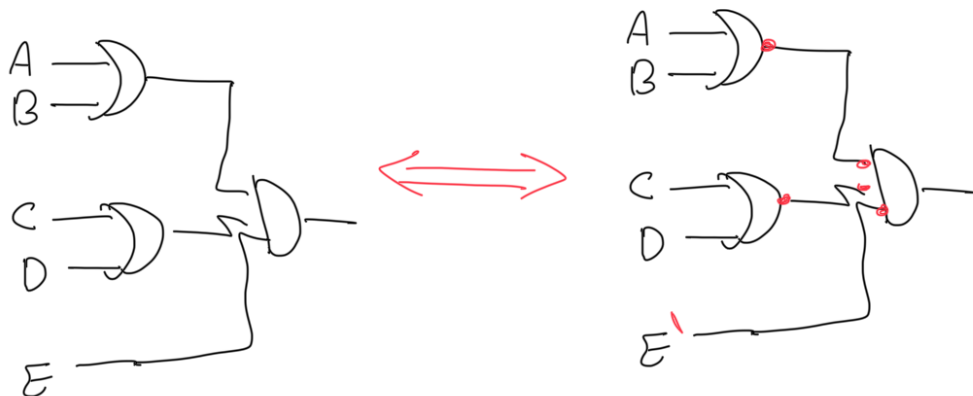


inverter - And.

Two level NoR Implementation:

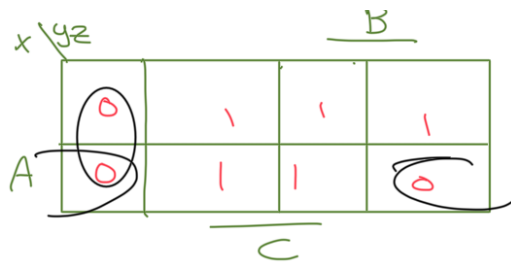
← بقدر احوال اي سيرلنـ NoR بسطك تكمـ OR-And (POS)

Example:



Example:

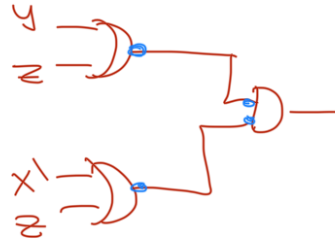
$F = \sum(1, 2, 3, 5, 7)$ Implement using NoR Gates:
OR - And



P.O.S
فقرات

$$F' = y'z' + xz'$$

$$F = (y + z)(x' + z)$$



• Even and odd Functions:

→ even function:

يكون لادتيون = 1 عندما يكون عدد الواحدات في الالتيون زوجي.

→ odd function:

يكون لادتيون = 1 عندما يكون عدد الواحدات في الالتيون فردي.

x y z	fodd
0 0 0	0
0 0 1	1
0 1 0	1
0 1 1	0
1 0 0	1
1 0 1	0
1 1 0	0
1 1 1	1

1 only if number of one's is odd → odd function

w x y z	feven
0 0 0 0	1
0 0 0 1	0
0 0 1 0	0
0 0 1 1	1
0 1 0 0	0
0 1 0 1	1
0 1 1 0	1
0 1 1 1	0
1 0 0 0	0
1 0 0 1	1
1 0 1 0	1
1 0 1 1	0
1 1 0 0	1
1 1 0 1	0
1 1 1 0	0
1 1 1 1	1

1 only if the number of one's is even
∴ even function

CHAPTER 4 :

COMBINATIONAL LOGIC DESIGN

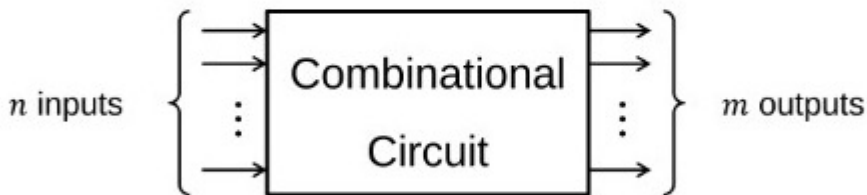
قال تعالى: "إِنْ أَحْسَنْتُمْ أَحْسَنْتُمْ لِأَنْفُسِكُمْ ۖ وَإِنْ أَسَأْتُمْ فَلَهَا"
إيمان الغلبان.

COMBINATIONAL CIRCUIT:

the output is a function of the input variables.

→ ANALYSIS

→ DESIGN



ANALYSIS:

given a circuit, find out the function.

DESIGN:

given a function, find out the circuit

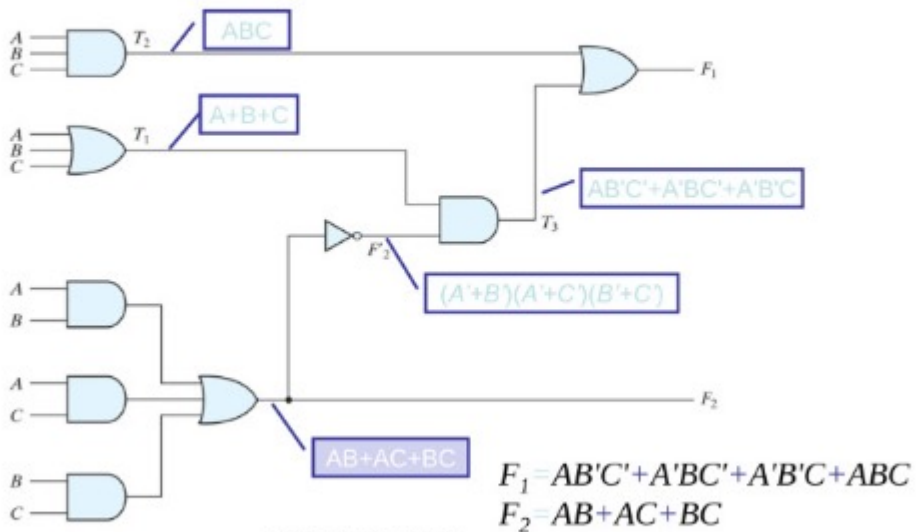
القسم الثاني هو **design**، يتكون **function circuit**، وانا بطلع

ممكن يعطيني الفنكشن ع شكل اكسبرشن، او تروث تيبيل

ينقسم التشابتر الى قسمين، القسم الاول هو **analysis**، يتكون الدارة موجودة، وانا بطلع **function**،

ممكن اطلعه ع شكل اكسبرشن، او تروث تيبيل

1- ANALYSIS:

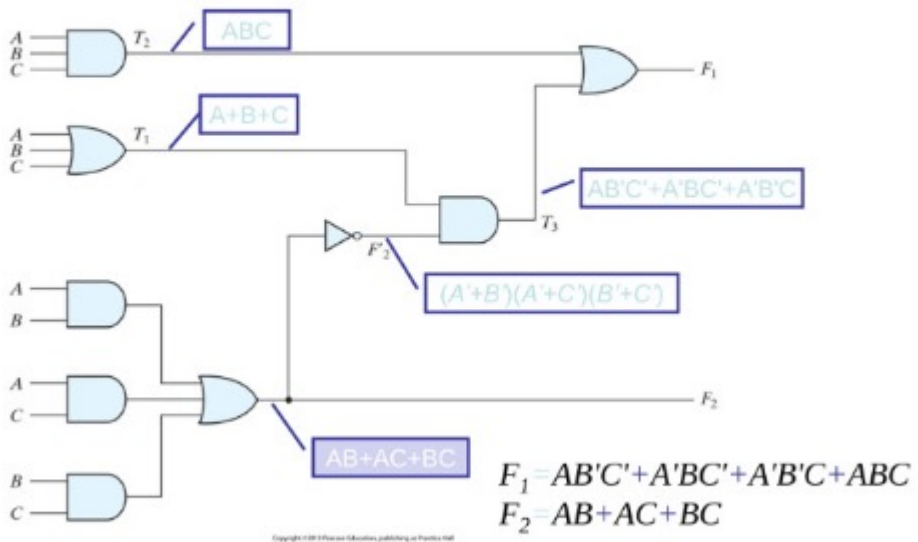


$$\begin{aligned}
 F_1 &= T_3 + T_2 \\
 &= (T_1)(F_2') + T_2 \\
 &= (A+B+C)(AB+AC+BC)' + T_2 \\
 &= AB'C' + A'BC' + A'B'C + ABC
 \end{aligned}$$

$$F_2 = AB + AC + BC$$

خطوات التحليل:

بنتبع كل logic gate شو داخل
 الها وشو طالع منها، واذا كان
 عندي اكثر من level بقدر
 استخدم labels عشان اسهل ع
 حالي



Truth Table:

A	B	C	F_2	f_1
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0

عشان اطلع الـ simplified expression
يقدر اسوي اول اشي الـ truth table وبعدين k-map
واوصل بالاخر الـ expression

K-map for F_1 :

BC \ A	00	01	11	10
A \ C	0	1	0	1
A \ B	1	0	1	0

Kmap for F_2 :

BC \ A	00	01	11	10
A \ C	0	0	1	0
A \ B	0	1	1	1

$$F_1 = ABC' + ABC + A'B'C + A'BC'$$

$$F_2 = AC + AB + BC$$

2- DESIGN

Designing a BCD to Excess-3 Code Converter

• 4 Bit input

• Range = (0-9)

• 4 Bit output

• Excess-3 =
Binary + 3.

• Truth Table:

BCD	Excess-3
a b c d	w x y z
0 0 0 0	0 0 1 1
0 0 0 1	0 1 0 0
0 0 1 0	0 1 0 1
0 0 1 1	0 1 1 0
0 1 0 0	0 1 1 1
0 1 0 1	1 0 0 0
0 1 1 0	1 0 0 1
0 1 1 1	1 0 1 0
1 0 0 0	1 0 1 1
1 0 0 1	1 1 0 0
1010 to 1111	X X X X

K-map for each output.

	K-map for w				K-map for x				K-map for y				K-map for z			
cd \ ab	00	01	11	10	00	01	11	10	00	01	11	10	00	01	11	10
00						1	1	1	1				1			1
01		1	1	1	1				1		1		1			1
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
10	1	1	X	X		1	X	X			X	X	1		X	X

Minimal Sum-of-Product expressions:

$$w = a + bc + bd, \quad x = b'c + b'd + bc'd', \quad y = cd + c'd', \quad z = d'$$

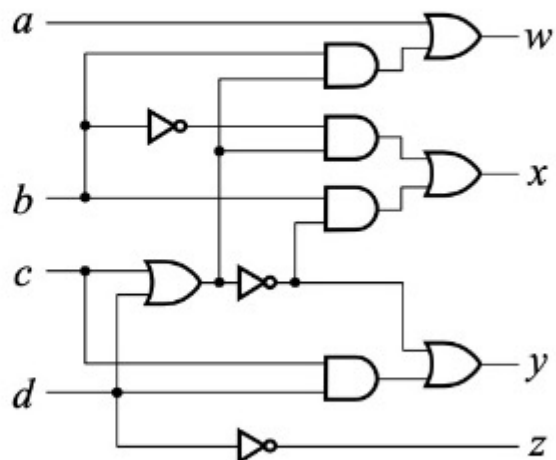
• extract common term (c+d).

$$w = a + b(c+d)$$

$$x = b'(c+d) + b(c+d)'$$

$$y = cd + (c+d)'$$

$$z = d'$$



خطوات التصميم:

- 1- افهم شو وصف السيركت المطلوب.
- 2- احدد الاوتبوت والانبوت وشو عندهم.
- 3- احدد اللوجيك اللي بدي امشي عليه.
- 4- تروث تيبيل و map
- 5- اصمم السيركت حسب القنتشن اللي طلّع معي.
- 6- اتحقق من السيركت اذا شغالة صح

2- DESIGN

Hierarchical Design

يعني استخدم دارات بسيطة عشان اوصل دارات معقدة

BINARY ADDER-SUBTRACTOR

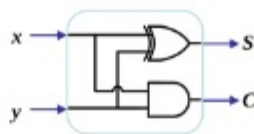
عشان اوصل لدارة تجمعي او تطرحي n bits انا بحاجة لدارة ابسط تجمع او تطرح bit 1

❖ Half Adder

✧ Adds 1-bit plus 1-bit → inputs.

✧ Produces Sum and Carry
output

x	y	C	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



* ملاحظة:

← عدد ال Bits في الاوتبوت = عدد ال Bit في الانبوت + 1

2- DESIGN

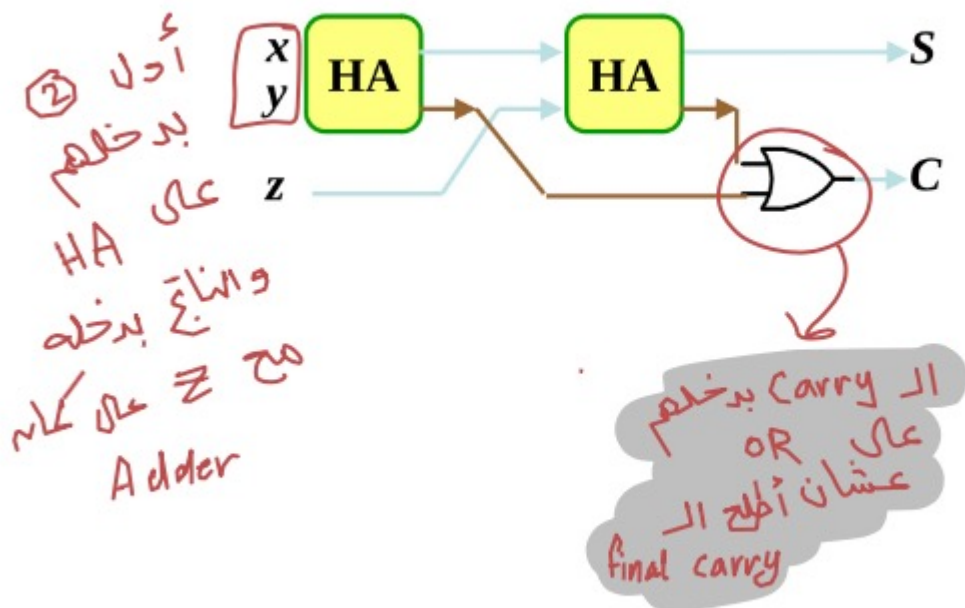
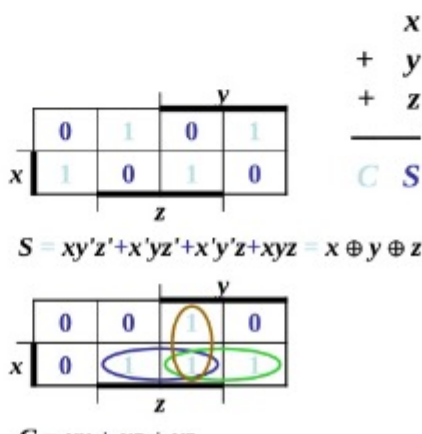
Hierarchical Design

full adder:

• لدينا بقدر المتصور الى HA
عشاقنا اعمل بركة للجميع
أي عدد من الج (Full Address)

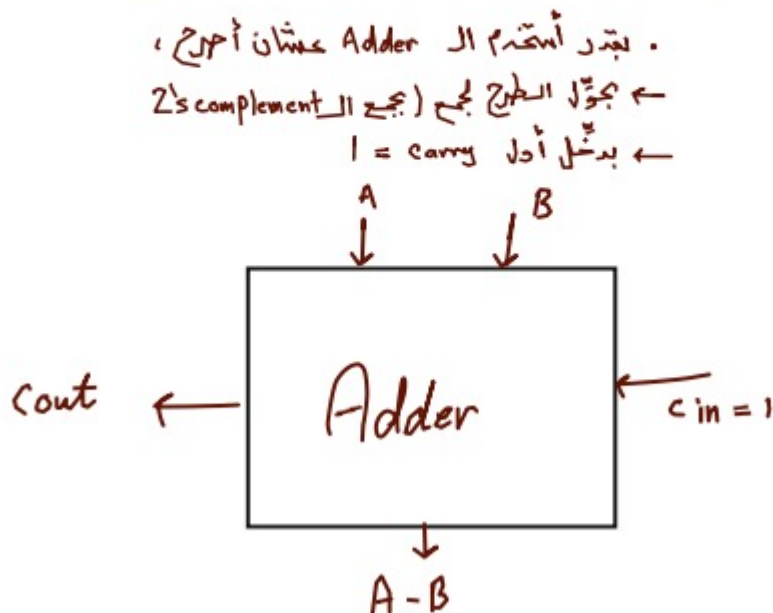
- ❖ Adds 1-bit plus 1-bit plus 1-bit
- ❖ Produces Sum and Carry

x	y	z	C	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1



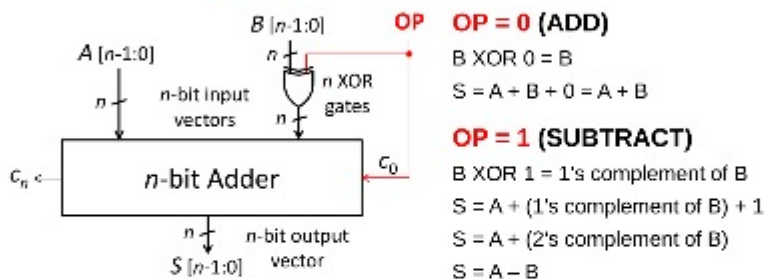
2- DESIGN

Converting Subtraction into Addition



Adder/Subtractor for 2's Complement

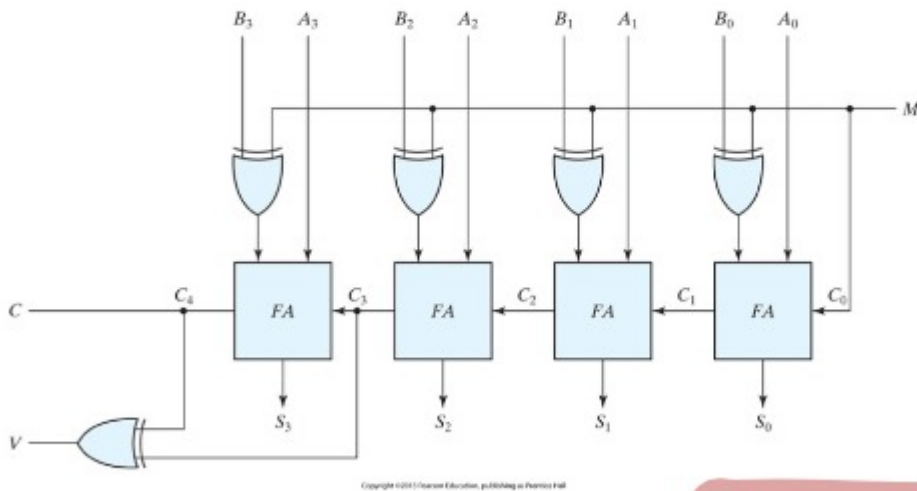
❖ Two operations: **OP = 0 (ADD)**, **OP = 1 (SUBTRACT)**



• عشان استعمل نفس السيركيت تجمع وتطرح :
 ← بزيد البتون (op) بتم بال carry سبب شو العملية.
 ← بزيد XOR بدخل عليها (op) والعدد الثاني.

2- DESIGN

Four-bit adder-subtractor



* مهم جودن جبرن

• Subtraction:

→ $m = 1$

→ Subtraction Result = $C S_3 S_2 S_1 S_0$

• Addition:

→ $m = 0$

→ Sum = $C S_3 S_2 S_1 S_0$

working with
unsigned numbers

• 2's complement:

→ $m = 1$

→ 2's complement = $S_3 S_2 S_1 S_0$

→ $A_3 A_2 A_1 A_0 = 0000$

→ $B_3 B_2 B_1 B_0 =$ الرقم الي
بري اسويه comp

• باختصار:
الي بري اسويه comp مدخلة على XOR والايون الثاني ايمتار

• working with signed:

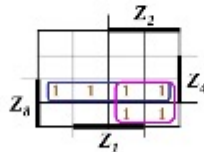
• بنتيجه على نتيجته الاذفر غلو (V)

2- DESIGN

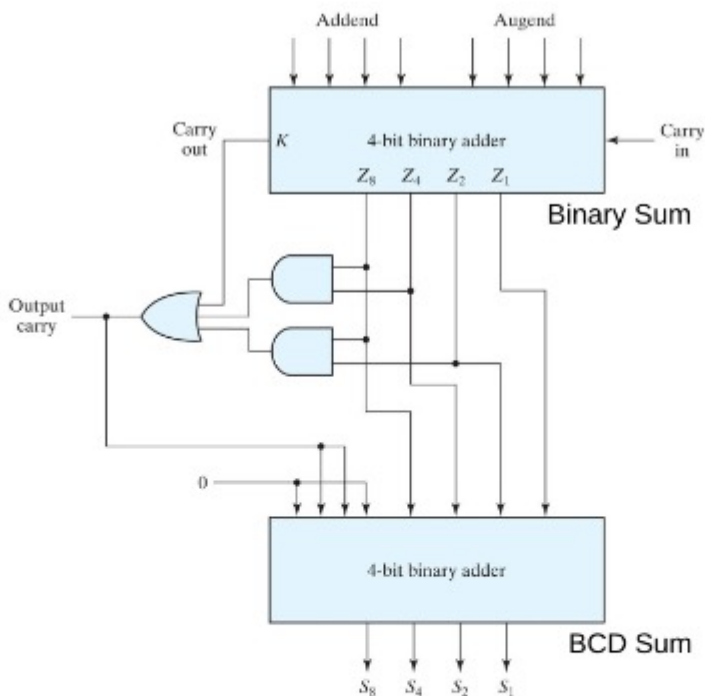
DECIMAL ADDER (BCD Adder)

• جمع الـ BCD عبارة عن جمع Binary
 بس اذا حار عندي error ارجع جمع 6.
 4 bits 0-9
 Sum > 9 invalid for BCD
 Carry
 2 Adder
 2 يكون عندي

$Z_3 Z_2 Z_1 Z_0$	Err
0 0 0 0	0
1 0 0 0	0
1 0 0 1	0
1 0 1 0	1
1 0 1 1	1
1 1 0 0	1
1 1 0 1	1
1 1 1 0	1
1 1 1 1	1



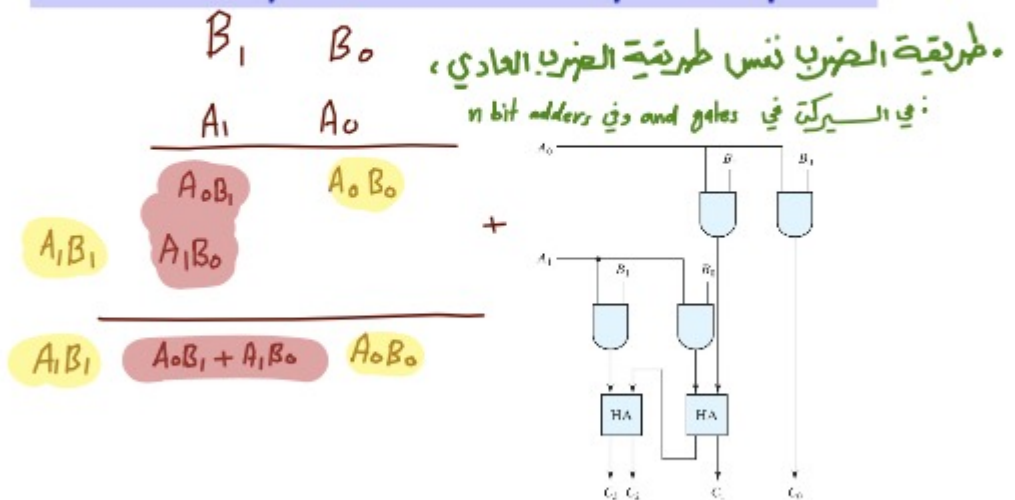
$$Err = Z_3 Z_2 + Z_3 Z_1 + Z_3 Z_0$$



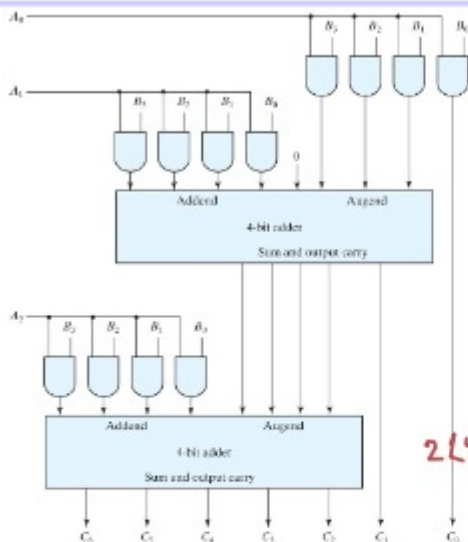
Copyright © 2013 Pearson Education, publishing as Prentice Hall

2- DESIGN

Two-bit by two-bit binary multiplier



Four-bit by three-bit binary multiplier



مهم جداً جداً جداً :

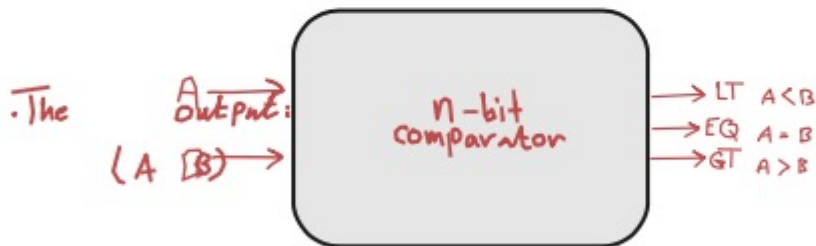
• إذا أنا شغال في (m x n bits) بقدر أعرف :

- 1- عدد ال Bits في الادبوتون $7 = m + n$
- 2- عدد ال And Gates $12 = m \times n$
- 3- عدد ال Adder ونوعهم $2 \text{ (4-bit Adder)} = n - 1$ (m bit Adder)

2- DESIGN

Magnitude Comparator

- 2 (n-bit) inputs.
- 3 outputs. (only one is 1 and the others are zeros)



inputs = $A = A_4 A_3 A_2 A_1$
 $B = B_4 B_3 B_2 B_1$

* الحما كعن unsigned numbers

The EQ output:
 $(A = B)$

عشان أقرر أسك إنهم متساويين
 لازم كل منازل A تساوي منازل B

$$EQ \leftrightarrow A_3 = B_3 \text{ and } A_2 = B_2 \text{ and } A_1 = B_1 \text{ and } A_0 = B_0$$

$$EQ = e_3 e_2 e_1 e_0$$

$$e_i = A_i B_i + A_i' B_i'$$

The LT output:

$(A < B)$

عشان أسك إن $A < B$

← أول منزلة A أكبر من أول منزلة B،

عطول بكام $A < B$

← إذا أول منزلة متساوية نقارن التالي بعدها

$$LT = LT_3 + e_3 LT_2 + e_3 e_2 LT_1 + e_3 e_2 e_1 LT_0$$

$$LT_i = A_i' B_i$$

$(A=0, B=1)$

The GT output:

عشان أسك إن $A > B$

← أول منزلة A أكبر من أول منزلة B،

عطول بكام $A > B$

← إذا أول منزلة متساوية نقارن التالي بعدها

$$GT = GT_3 + e_3 GT_2 + e_3 e_2 GT_1 + e_3 e_2 e_1 GT_0$$

$$GT_i = A_i B_i'$$

$(A=1, B=0)$

إذا برنا نقارن signed numbers

← بنتج أول إشارة (أول منزلة) \rightarrow

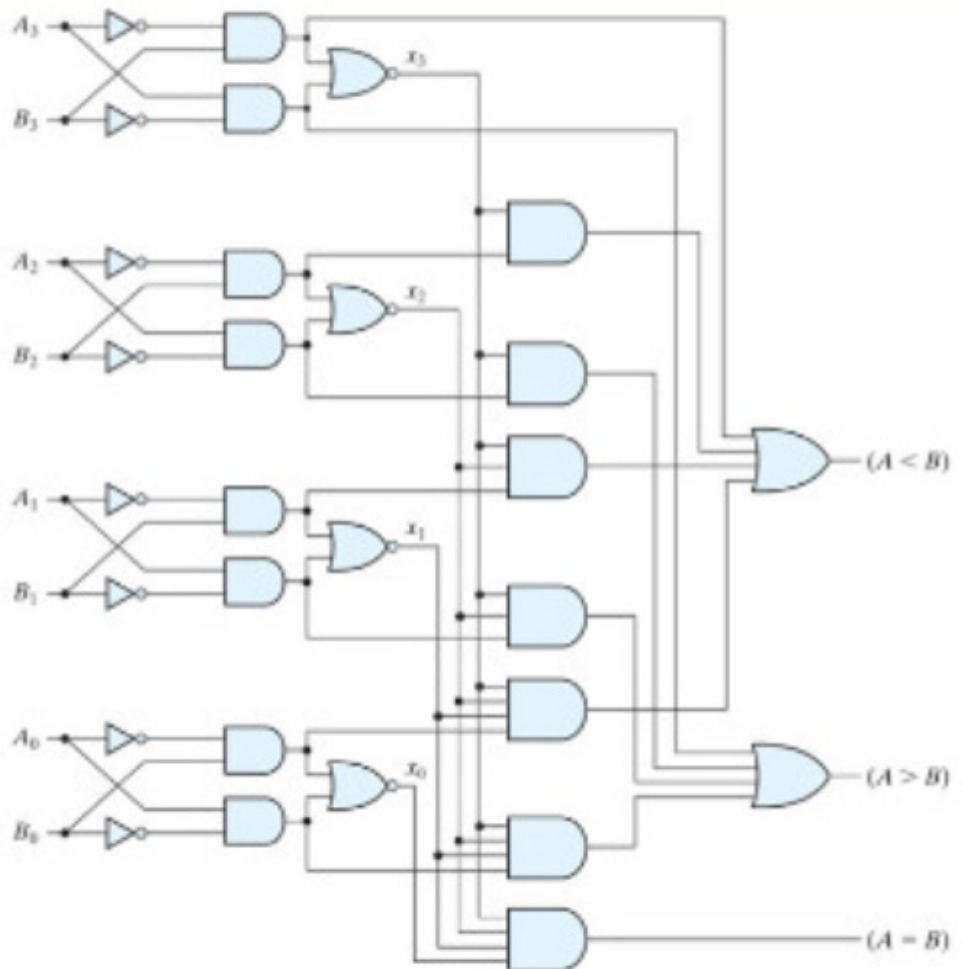
0111

← إذا العددين موجبين نتجنا من الموجب

← إذا العددين سالبين نتجنا من الموجب

← إذا واحد سالب وواحد موجب، عطول بكام الموجب أكبر

Magnitude Comparator



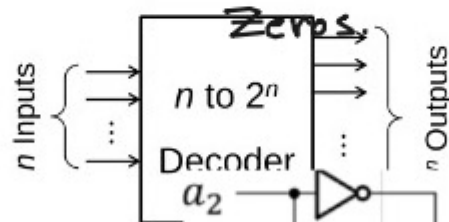
Copyright ©2011 Pearson Education, publishing as Prentice Hall

Binary Decoders

n inputs, 2^n outputs.

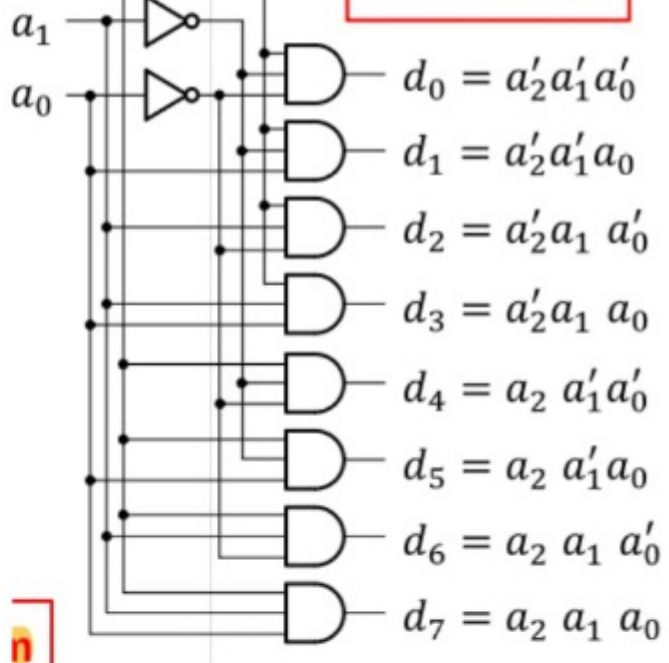
only one is 1
and the others are

~~Zeros~~



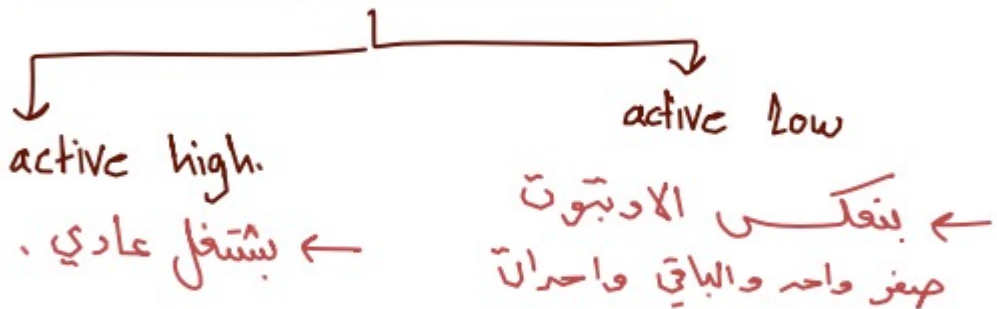
• each decoder output is a minterm.

3-to-8 Decoder



2- DESIGN

Binary Decoders



Using Decoders to Implement Functions

يمكن أن نستخدم ديكودر لتنفيذ دالة منطقية باستخدام ديكودر + external gate.

• active high decoder:

- OR gate (with minterms)
- NOR gate (with maxterms)

• active low decoder:

- NAND gate (with minterms).
- AND gate (with maxterms)

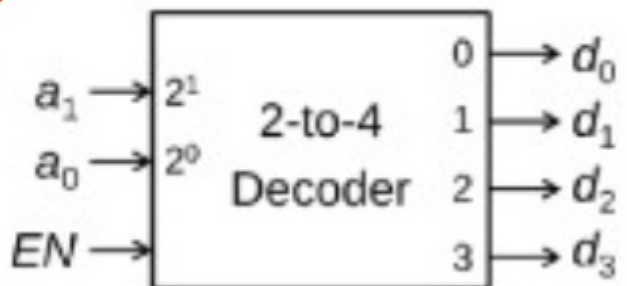
* ملاحظة مهمة جداً:

← لنرى اختيار الـ 0 أو الـ 1 بين الـ minterms/maxterms

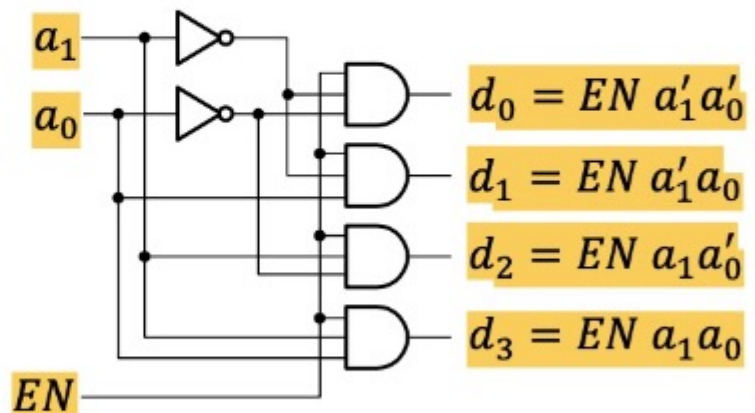
2- DESIGN

2-to-4 Decoder with Enable Input

- Additional input (E_n)
 $E_n = 0$ output = 000
 $E_n = 1$ works.



Inputs		Outputs			
EN	$a_1 a_0$	d_0	d_1	d_2	d_3
0	X X	0	0	0	0
1	0 0	1	0	0	0
1	0 1	0	1	0	0
1	1 0	0	0	1	0
1	1 1	0	0	0	1

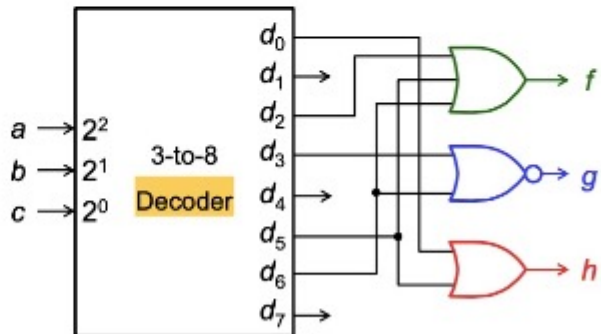


2- DESIGN

Using Decoders to Implement Functions

❖ **Example:** $f = \Sigma(2, 5, 6)$, $g = \Pi(3, 6) \rightarrow g' = \Sigma(3, 6)$, $h = \Sigma(0, 5)$

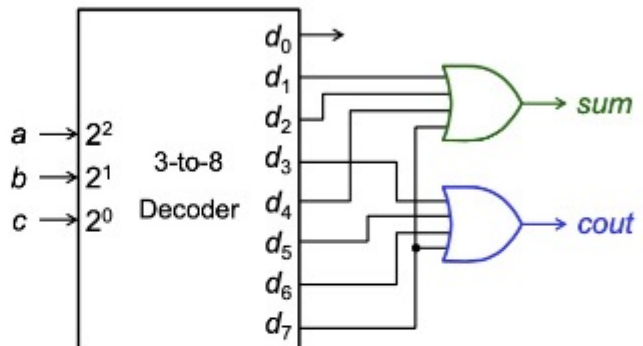
Inputs			Outputs		
a	b	c	f	g	h
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	1	0



Note: the function must not be minimized

❖ **Example:** Full Adder $\text{sum} = \Sigma(1, 2, 4, 7)$, $\text{cout} = \Sigma(3, 5, 6, 7)$

Inputs			Outputs	
a	b	c	cout	sum
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1



2- DESIGN

Building Larger Decoders

❖ A 3-to-8 decoder can be built using:

Two 2-to-4 decoders with Enable and an inverter (1-to-2 decoder)

2 (2 to 4 decoders)

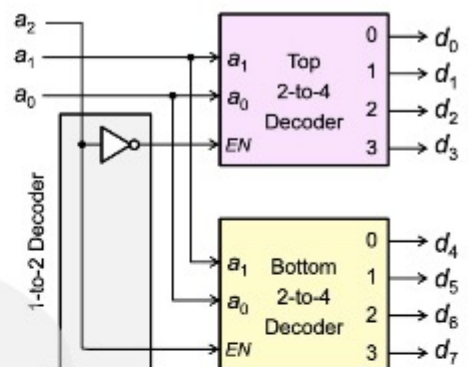
The first works
when $a_2 = 0$

The second
works when $a_2 = 1$

Inputs			Outputs							
a_2	a_1	a_0	d_0	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1

• The most significant
are for the enables.

• The least significant
are the inputs for the
smaller decoder.

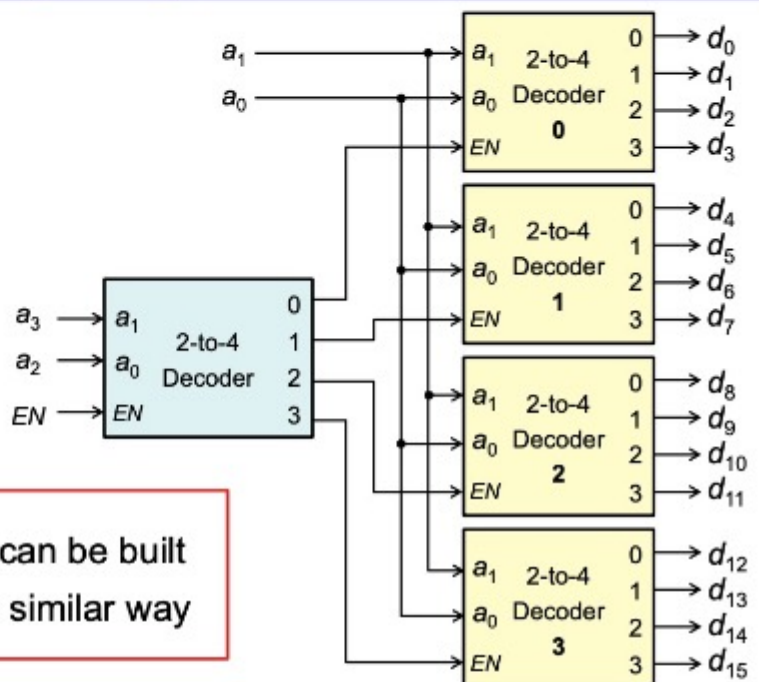


2- DESIGN

Building Larger Decoders

A 4-to-16 decoder with enable can be built using **five** 2-to-4 decoders with enables

Larger decoders can be built hierarchically in a similar way



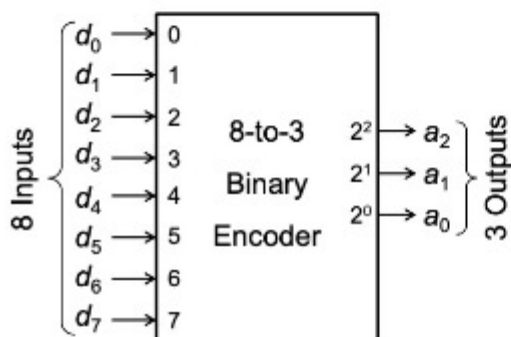
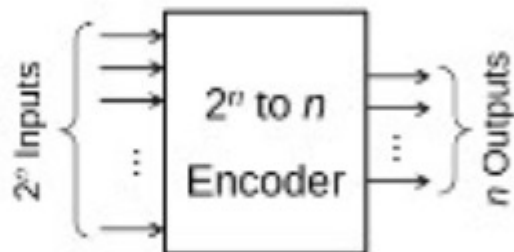
2- DESIGN

Encoders

بشكل عكس الـ decoder.

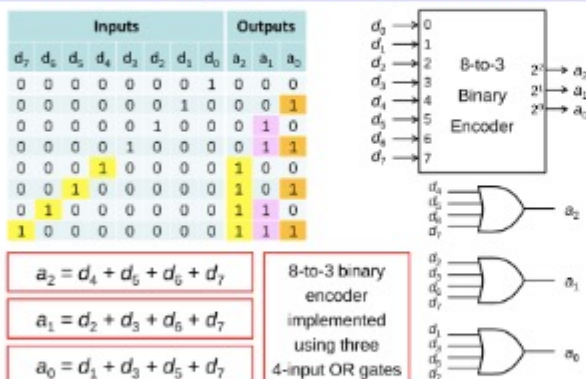
→ 2^n inputs

→ n outputs.



Inputs								Outputs		
d_7	d_6	d_5	d_4	d_3	d_2	d_1	d_0	a_2	a_1	a_0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

8-to-3 Binary Encoder Implementation



إذا كان الـ output فيه أكثر من 1 أو كلاً الـ input يعطيني output غلط.

2- DESIGN

Priority Encoder

→ additional output V
to deal with errors

Inputs <i>L.p</i>				Outputs		
d_3	d_2	d_1	d_0	a_1	a_0	V
0	0	0	0	X	X	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	X	0	1	1
0	1	X	X	1	0	1
1	X	X	X	1	1	1

highest
Priority

إذا الانيوت فيه
على الفكر $V=1$

• جدد مين ال
Priority

• إذا ال $high = 1$
اللي اعلم منه يكونوا
don't cares

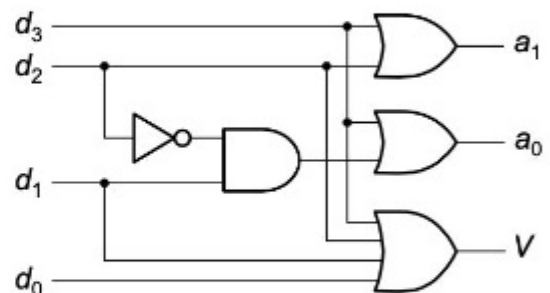
دهو اللي جدد الاديون.

Output Expressions:

$$a_1 = d_3 + d_2$$

$$a_0 = d_3 + d_1 d_2'$$

$$V = d_3 + d_2 + d_1 + d_0$$



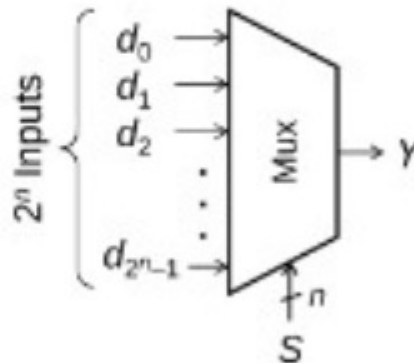
2- DESIGN

Multiplexers

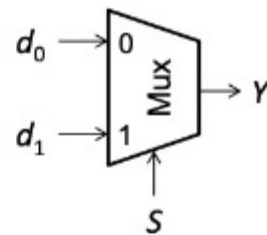
- 2^n inputs.
- n selection.
- 1 output.

• حسب ال Selection واحد من
الانبوتس بروج على ال اوتبوت

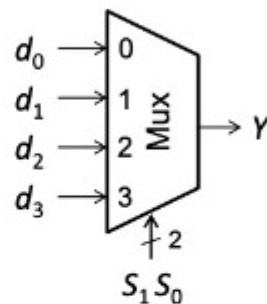
DATE: / /



Inputs			Output
S	d_0	d_1	Y
0	0	X	$0 = d_0$
0	1	X	$1 = d_0$
1	X	0	$0 = d_1$
1	X	1	$1 = d_1$



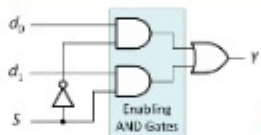
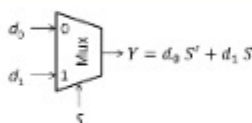
Inputs						Output
S_1	S_0	d_0	d_1	d_2	d_3	Y
0	0	0	X	X	X	$0 = d_0$
0	0	1	X	X	X	$1 = d_0$
0	1	X	0	X	X	$0 = d_1$
0	1	X	1	X	X	$1 = d_1$
1	0	X	X	0	X	$0 = d_2$
1	0	X	X	1	X	$1 = d_2$
1	1	X	X	X	0	$0 = d_3$
1	1	X	X	X	1	$1 = d_3$



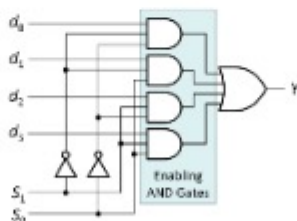
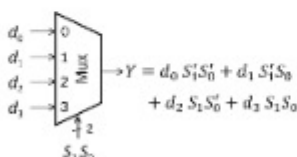
2- DESIGN

Multiplexers

Implementing Multiplexers

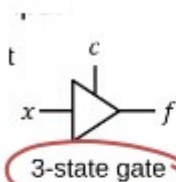


• عدد الـ and = عدد الانبوتس
• OR وحدة عدد الانبوتس الها
• يساوي عدد الانبوتس للـ mux



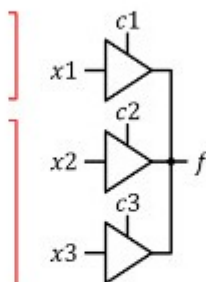
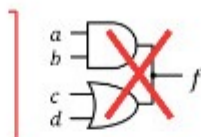
كل ما زاد عدد الانبوتس
الـ سركت بتاير
بحاجة Gates
أبلم

3-State Gate



3-state gate
→ $c = 0$ $f = Z$
high Impedence

$c = 1$ $f = x$



c1	c2	c3	f
0	0	0	Z
1	0	0	x1
0	1	0	x2
0	0	1	x3
0	1	1	Burn
1	0	1	Burn
1	1	0	Burn
1	1	1	Burn

• بقدر أشبك الـ outputs مع بعض
بشرط ← واحد منهم بس يكون 1
والباقي يكون أصفار

2- DESIGN

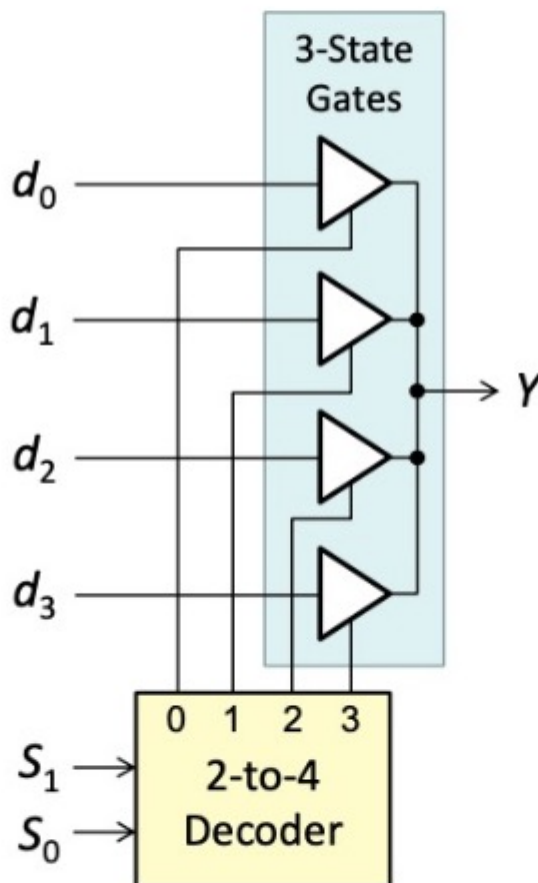
Multiplexers

Implementing Multiplexers with 3-State Gates

A Multiplexer can also be implemented using:

1. A decoder
2. Three-state gates

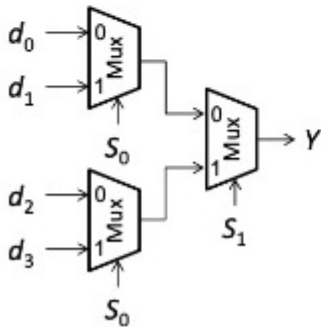
عشان تكون السيركل
أبسط



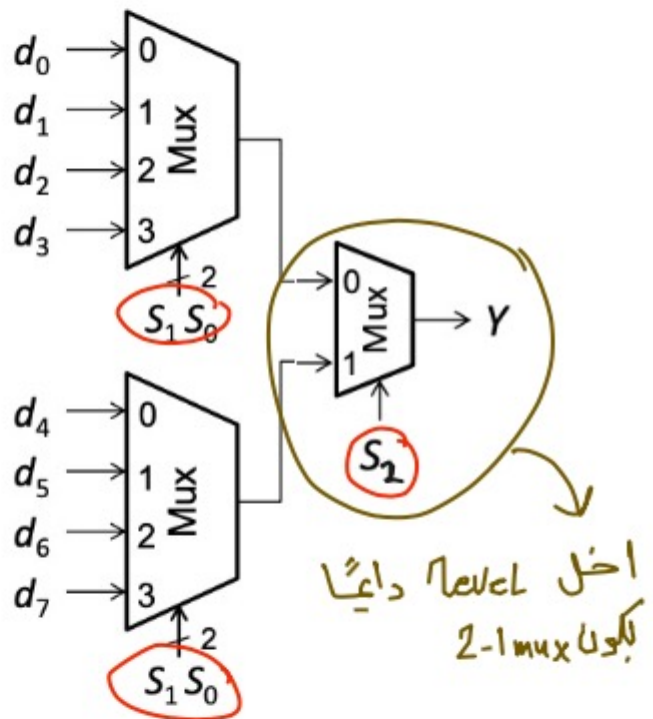
2- DESIGN

Multiplexers

Building Larger Multiplexers



Building 4-to-1
Mux using three
2-to-1 Muxes



• ال Least selections
بكونوا Selections في أول Level

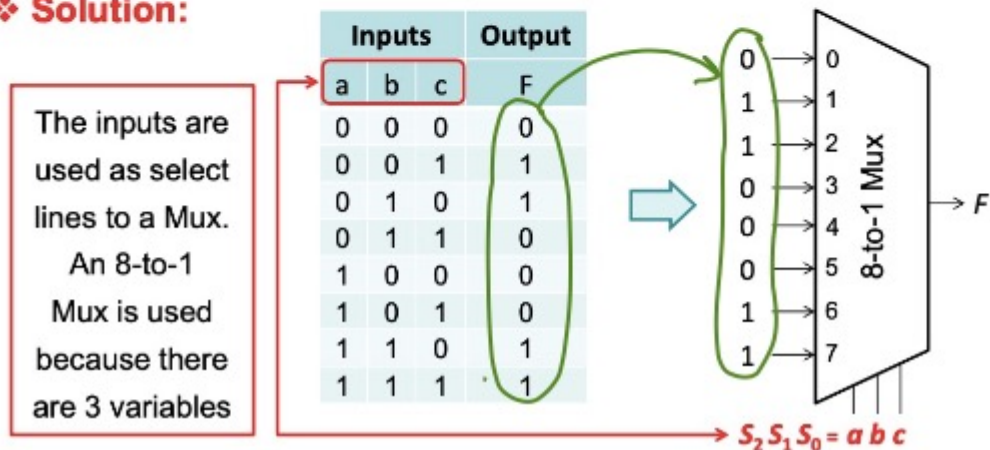
• وال most بكون Selection لآخر Level.

2- DESIGN

Multiplexers

Implementing a Function with a Multiplexer

❖ Solution:



- To implement a function using a mux:
- Function inputs are the selections for the mux.
- Function outputs are the mux inputs

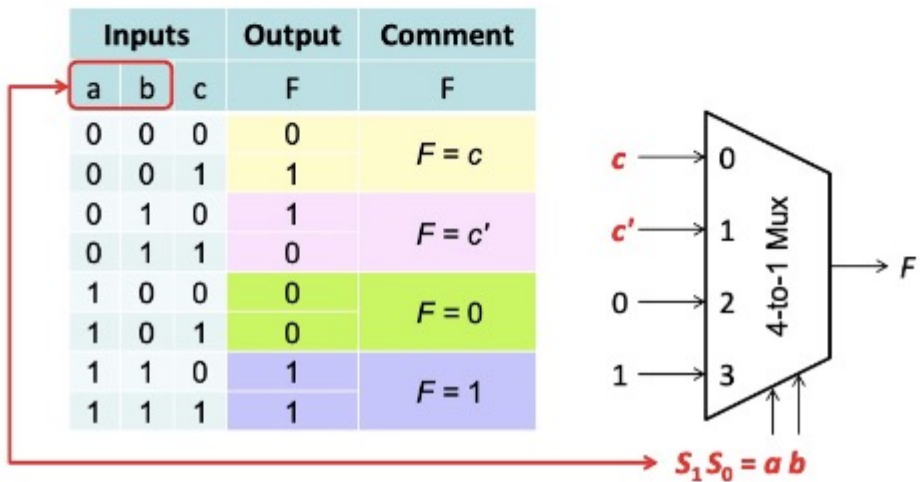
الطريقة هاي صرح بنس كل ما زار ابوتس الfunction
بحسب احتياج mux اكبر

بسط ال Implementation عن طريق تقليل
ال inputs الى رح أخليهم Selections

2- DESIGN

Multiplexers

Implementing a Function with a Multiplexer



• هون اسأكر من mux أوفر لنفس الـ function
عن طريق تقليل عدد الـ Selections.

• عشان أهدر الـ mux inputs :
نمشي شو العلاقة بين الـ inputs (التي ما أخذتهم) والـ output.

*** ملاحظة مهمة جداً :**

① فنشأشي بلزمني أي inputs أنيهم Selections بي الأشهر
واي أدن الـ most significant

② وإذا ما جلب من mux معين بوخذ الـ Selections ← inputs-1

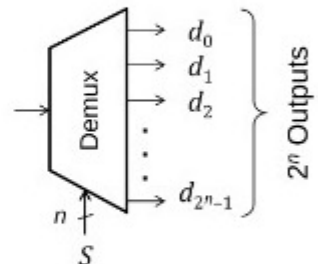
2- DESIGN

Demultiplexer

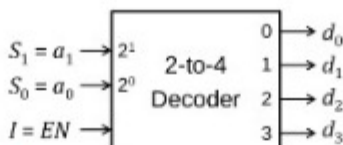
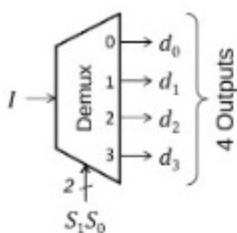
• يستغل عمل ال mux

- 1 input
- n selections
- 2^n outputs

• حسب ال S الانبوت بروج
على أحد الادبوتس



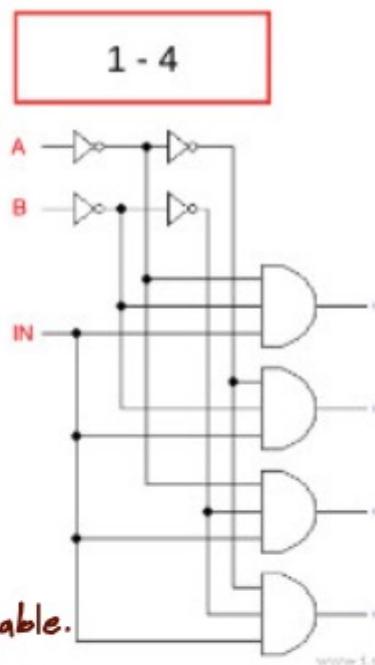
Demux Input I is equivalent to Decoder Enable EN



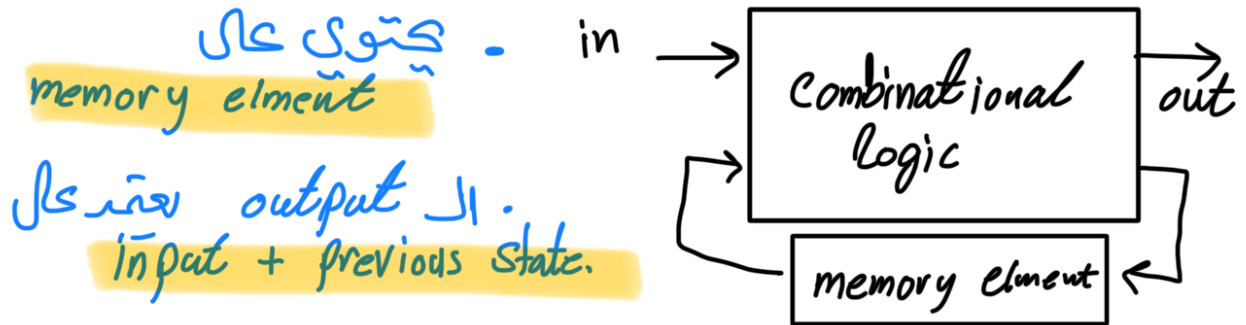
Think of a decoder as directing the Enable signal to one output

* تستغل ال demux نفس تستغل enable decoder with enable

- demux input = decoder's enable.
- demux selections = decoder's inputs.
- demux output = decoder outputs.



chapter 5: Synchronous Sequential Logic.



Sequential Circuit :

Synchronous.

- additional input (clock) to control the changes in the memory elements.

Asynchronous.

- no additional inputs, so the changes may happen at any time.

* The clock signal :

• Level Sensitive.

→ positive pulse.

→ negative pulse.

Latch

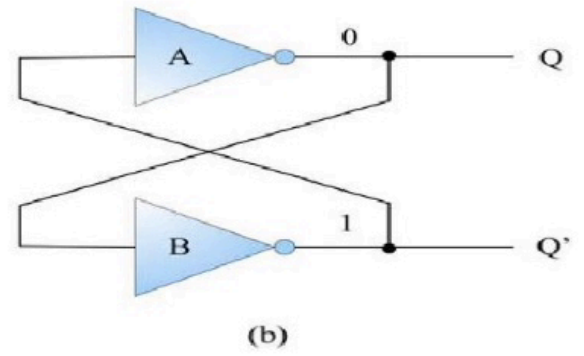
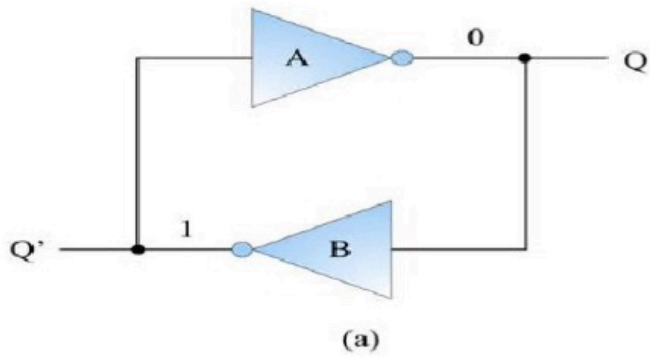
edge trigger.

→ positive edge.

→ negative edge.

Flip-Flop.

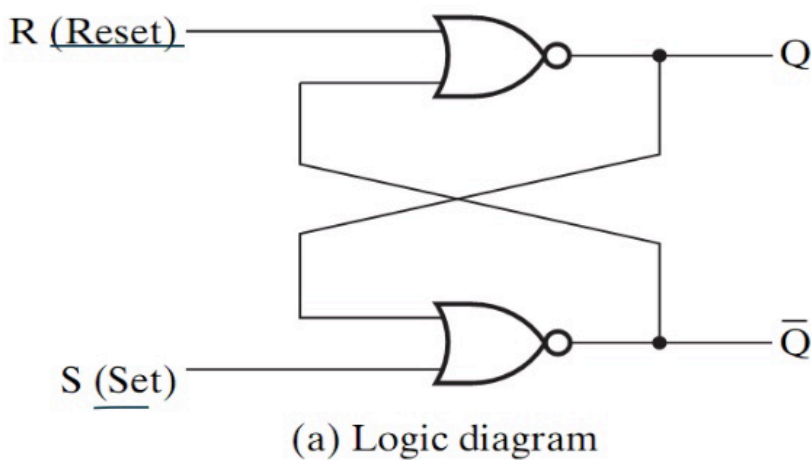
• Latches:



• أول نوع من الـ Latches عبارة عن 2 Inverters
الابنوت لكل واحد عبارة عن الابنوت للثاني.

• مشكلة هاد النوع لأنه الـ State بتغير
ثابتة ما بتغير

• SR Latches:



S	R	Q	\bar{Q}	
1	0	1	0	Set state
0	0	1	0	
0	1	0	1	Reset state
0	0	0	1	
1	1	0	0	Undefined

(b) Function table

SR latch: 2 nor gates

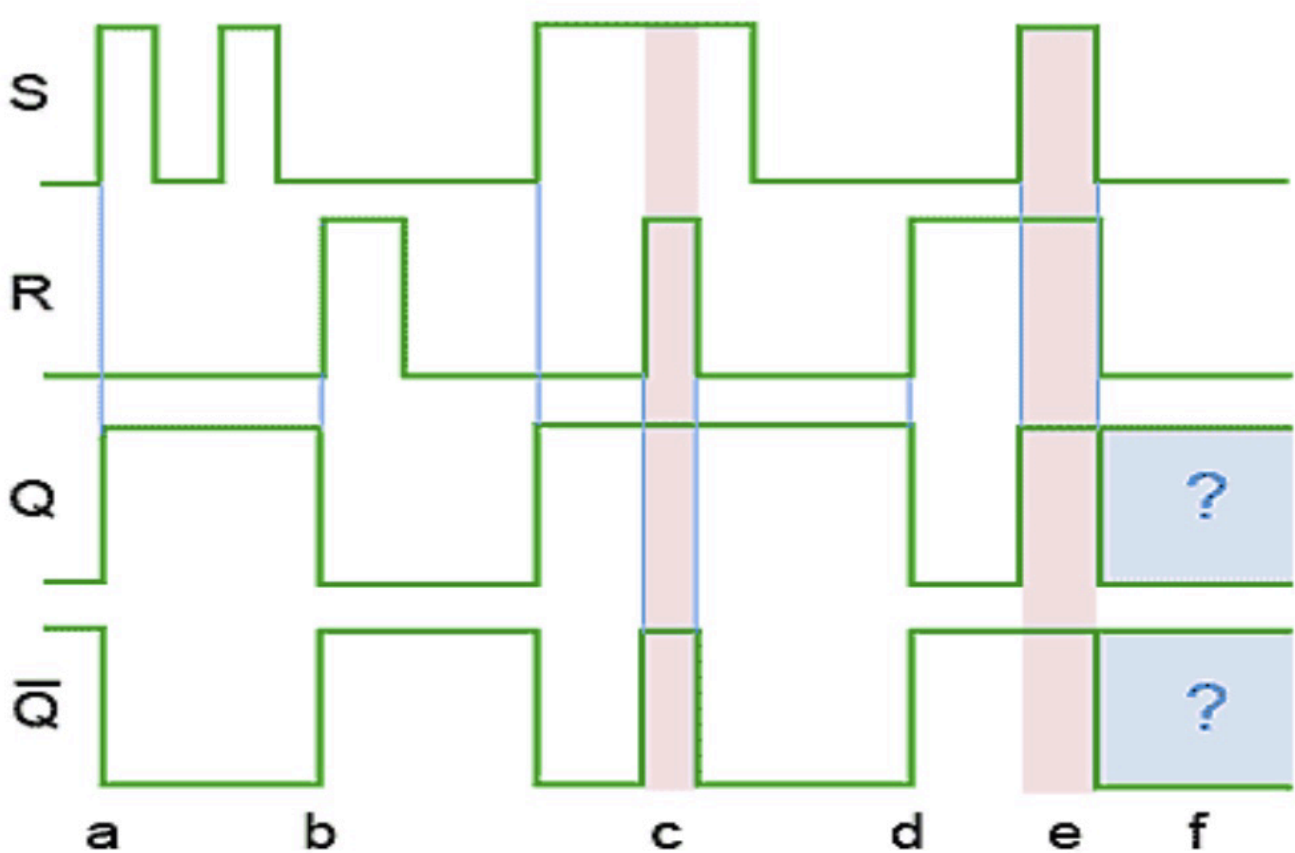
output: no changes.

Reset.

Set.

undefined.

SR latch سٹورج
اگر 1 کا 1 آئے تو
لاؤ 1 ہوگا
لاؤ 0 ہوگا

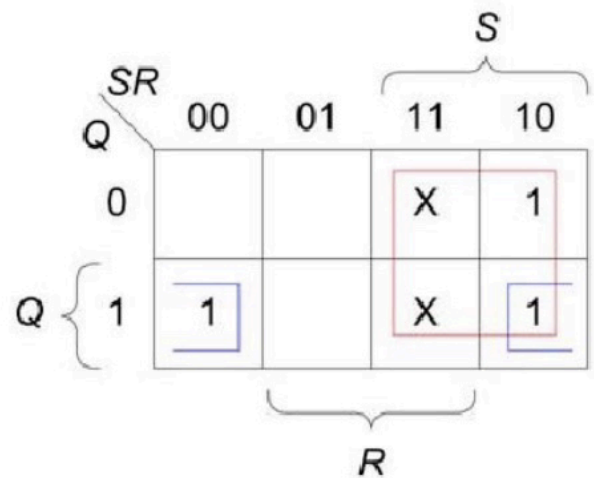


• بما، انّ ال Latch عبارة عن **Level Sensitive** التغير على ال state ممكن يكون بأي لحظة على طول ال level

• **Characteristic Equation** of the SR Latch:

معادلة ترتبط بين ال output وال Input - Present State.

Q(t)	S	R	Q(t+1)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	Indeterminate
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	Indeterminate



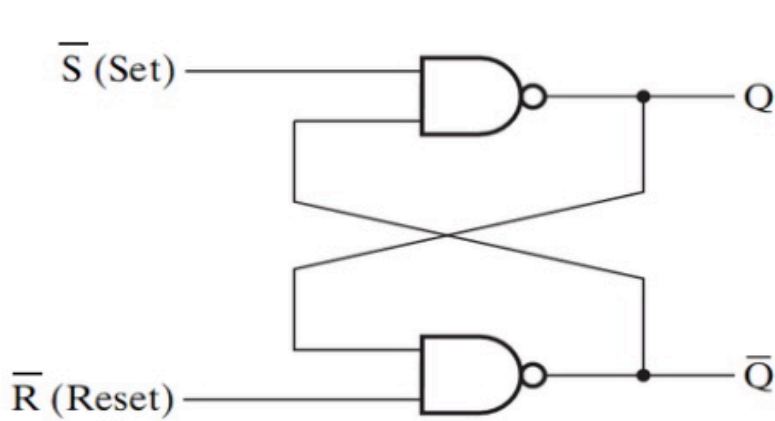
$$Q(t+1) = S + R'Q \quad SR = 0$$

• **S'R' Latch with Nand Gates:**

→ **Nand Gates.**

→ works **active low**, (when $S=1$ $Q=0$).

→ when inputs = 00 → Q is undefined.



(a) Logic diagram

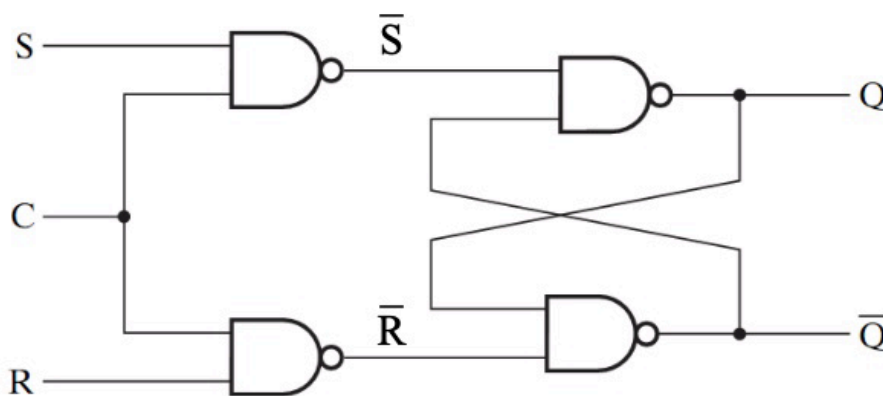
\bar{S}	\bar{R}	Q	\bar{Q}	
0	1	1	0	Set state
1	1	1	0	
1	0	0	1	Reset state
1	1	0	1	
0	0	1	1	Undefined

(b) Function table

if we added a clock Input :

if $C = 0 \rightarrow$ no changes.

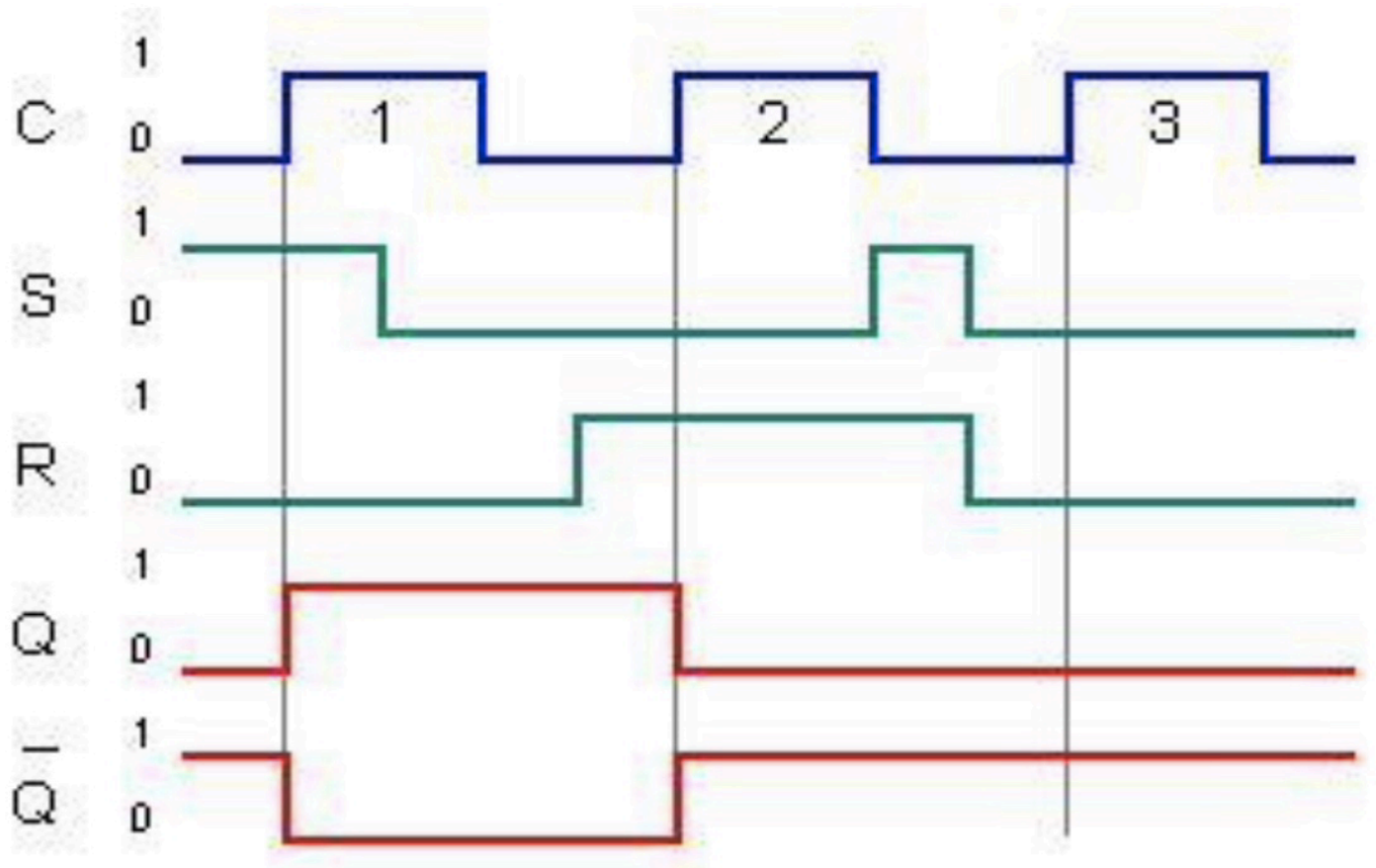
$C = 1 \rightarrow$ works as normal SR latch
active high



(a) Logic diagram

C	S	R	Next state of Q
0	X	X	No change
1	0	0	No change
1	0	1	Q = 0; Reset state
1	1	0	Q = 1; Set state
1	1	1	Undefined

(b) Function table

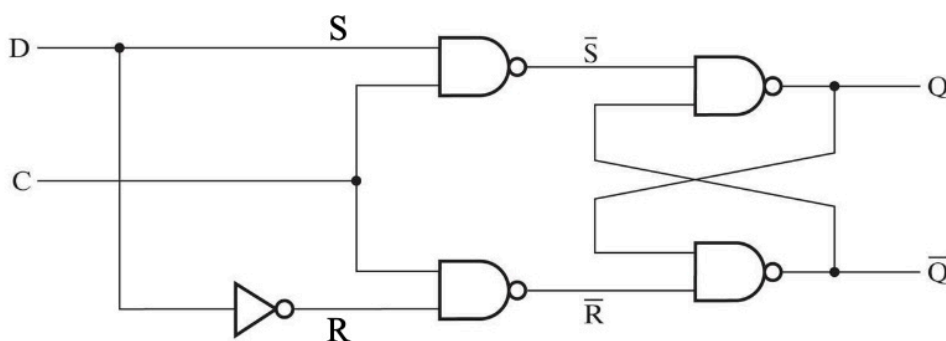


• D - Latch with clock input:

- one input with a clock.
- if $c = 0 \rightarrow$ no change.
- $c = 1 \rightarrow Q(t+1) = D.$
- $\hookrightarrow D = \text{next state}$

• Characteristic equation:

$$Q(t+1) = D$$



(a) Logic diagram

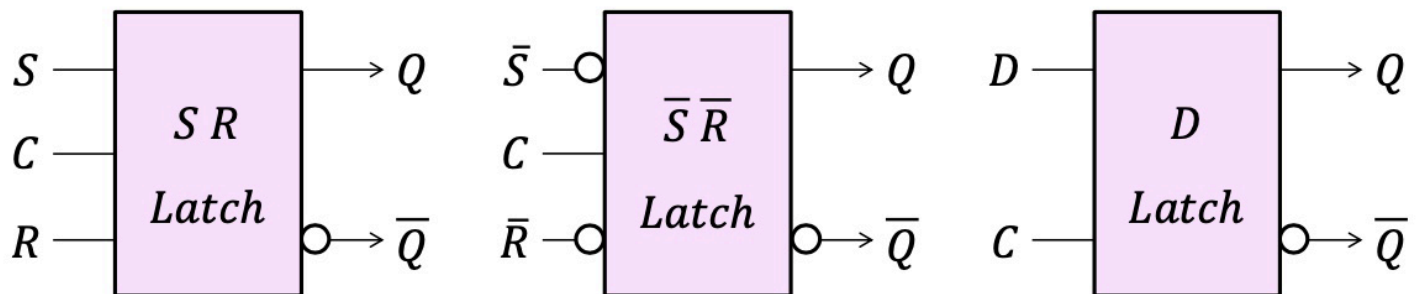
C	D	Next state of Q
0	X	No change
1	0	Q = 0; Reset state
1	1	Q = 1; Set state

(b) Function table

$Q(t)$	D	$Q(t+1)$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

		D	
		0	1
Q	0		1
	1		1

$$Q(t+1) = D$$

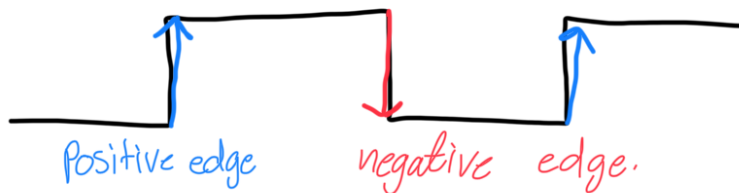


- **problem with latches:**
مشكلة ال latches بشكل عام، إنه التغيير بحسب عال مستوى ال level فما يكون متزامن (متش دأيتا يكون بنفس الكفاءة).

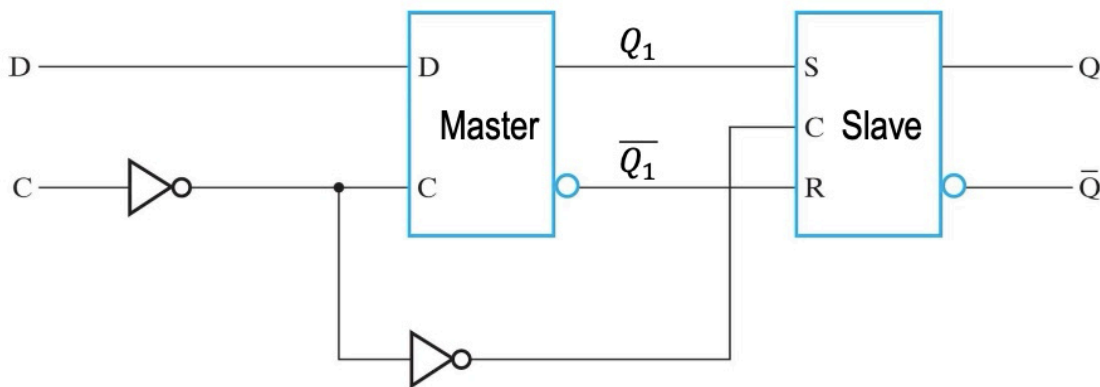


• **Flip-Flops:**

edge triggered



- ال Flip-Flop بالاساس يتكون من (2 latches) حسب ال clock واحد يشتغل واحد لا (master-slave).

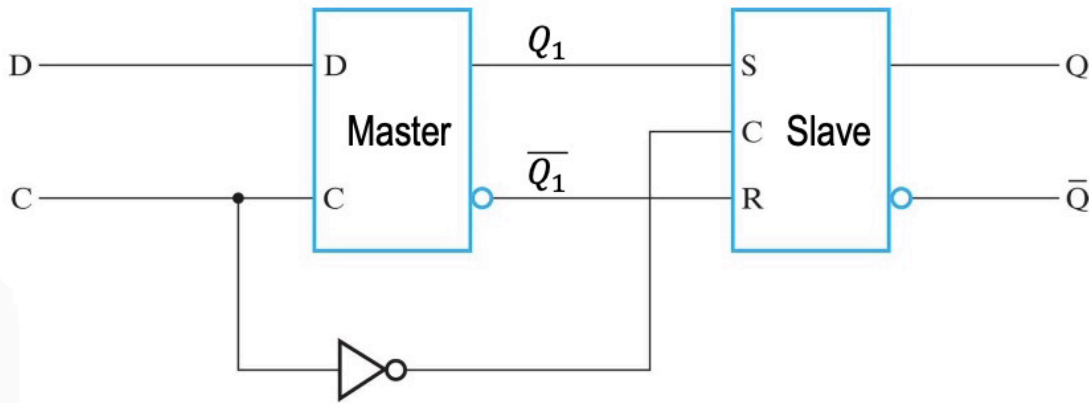


Outputs
change
when C
changes
from 0 to 1

• Positive Edge-Triggered D Flip-flop.

- one input (D).
- clock signal.
- D latch (master), SR latch (slave).
- 2 invertors.

بما إنه Positive Edge-Triggered يعني في كل مرة
في التغير من 0 إلى 1 عند Rising edge
الانتقال من 0 إلى 1 واحد.

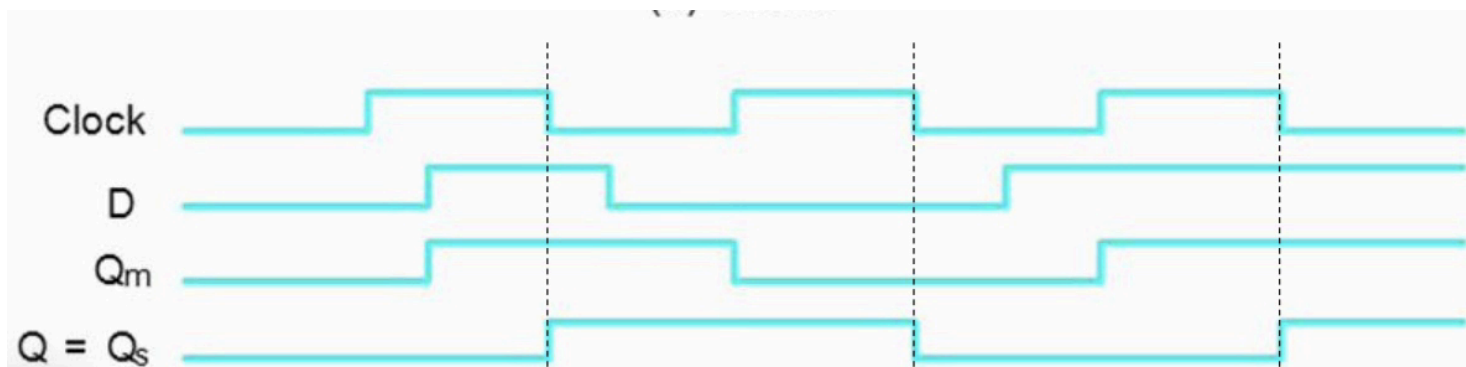


Outputs
change
when C
changes
from 1 to 0

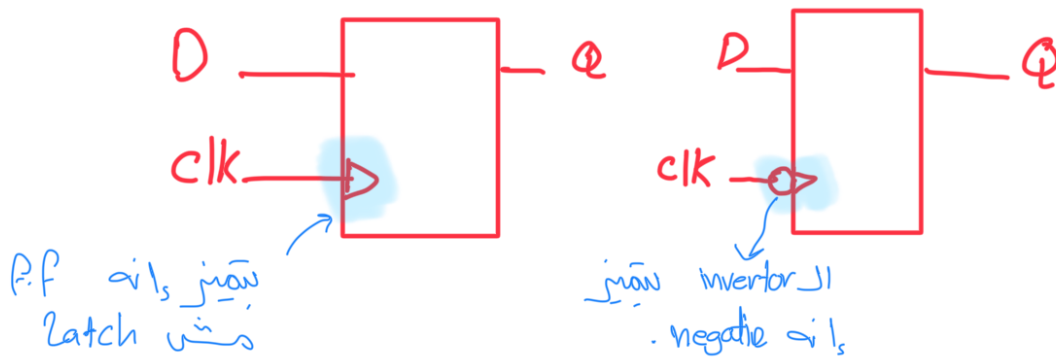
• Negative Edge-Triggered D Flip-flop.

• نفس ال Positive بس فيا one inverter.

• بسح بالتغير عند negative edge ، يعني بس كل مرة
الانتقال من 1 إلى 0 .



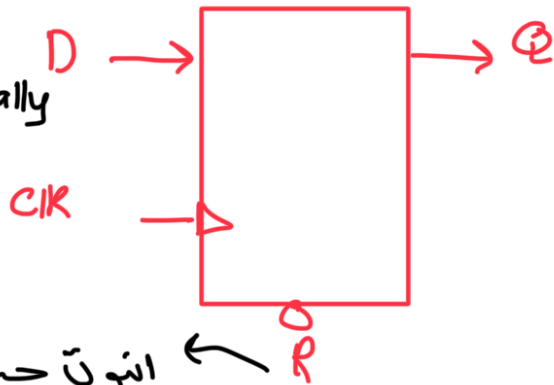
• Graphic Symbols For Flip-Flops:



- D Flip-Flop with Asynchronous Reset.

$$R = 0 \rightarrow Q = 0$$

$R=1 \rightarrow$ works normally



ابنوت جید ، اذا = 0 ← 0 = 0
 اذا = 1 ← 1 = 1
 D.P.F بتغل عادي .

- JK Flip-Flop:

→ 2 inputs (Jk) with clock signal.

→ 4 possible states:

JK Flip-Flop can be implemented using D.F.F

J	k	Q (t+1)
0	0	no change.
0	1	Reset
1	0	Set
1	1	Q _t (complement).



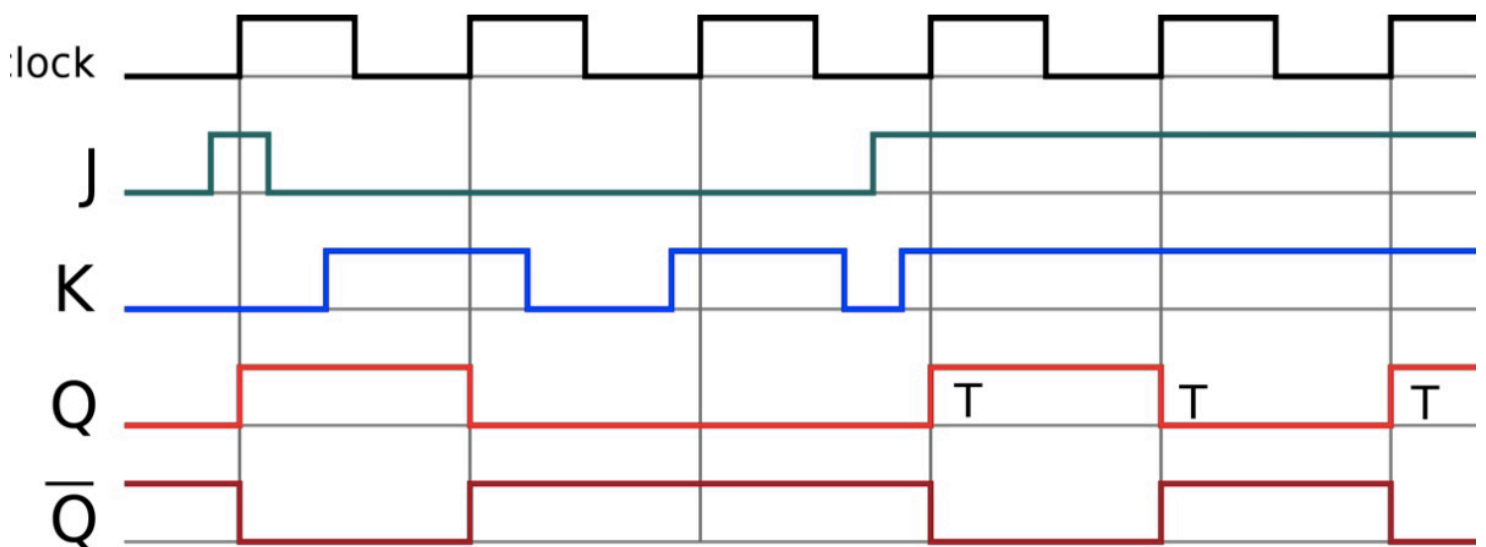


• Characteristic equation :

Q(t)	J	K	Q(t+1)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

		J			
		00	01	11	10
Q	0			1	1
	1	1			1
		K			

$$Q(t+1) = JQ' + K'Q$$



T = toggle

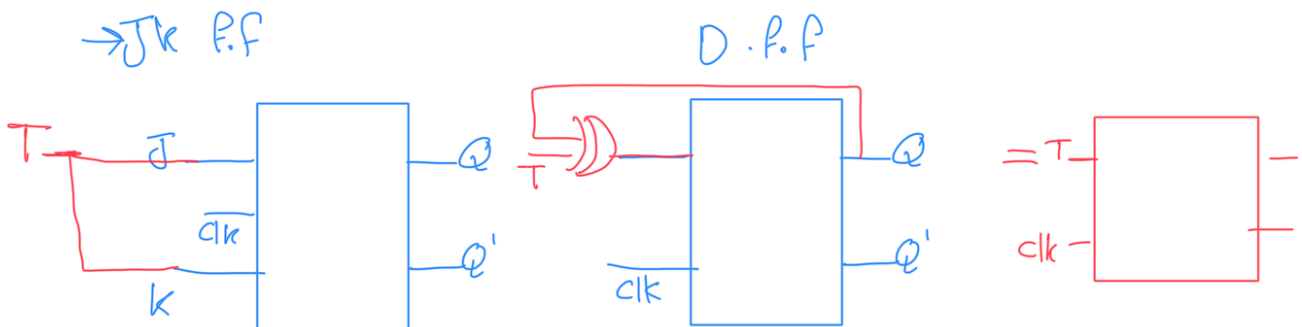
• T Flip-Flop:

→ one input (T) with clock.

→ 2 possible States:

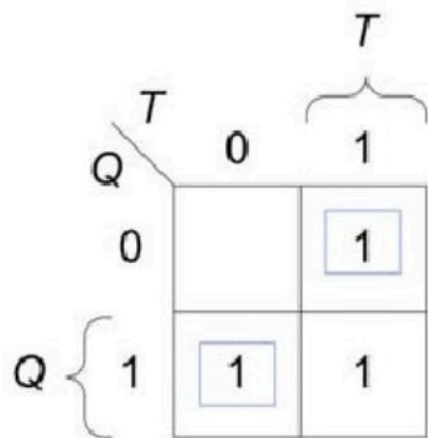
T	$Q(t+1)$
0	no change
1	complement.

• can be implemented using:

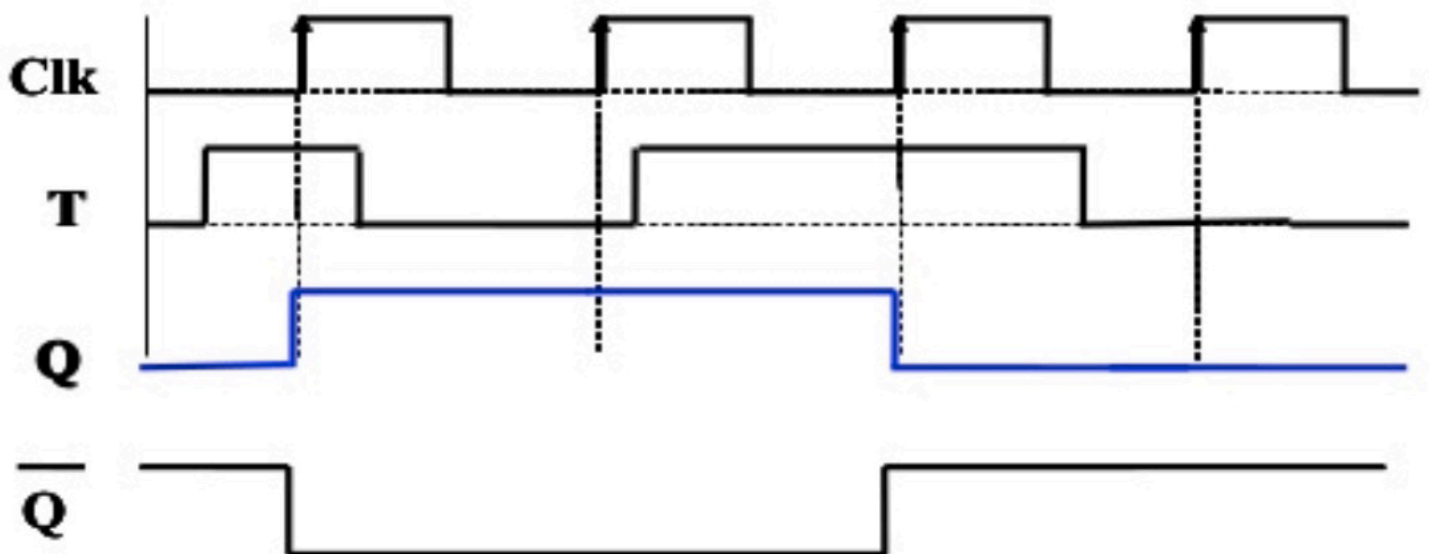


• characteristic equation:

$Q(t)$	T	$Q(t+1)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



$$Q(t+1) = TQ' + T'Q$$



• مهم جداً جداً :

→ Flip Flops characteristic equations:

- D Flip Flop: $Q(t+1) = D$
- JK Flip Flop: $Q(t+1) = JQ' + K'Q$
- T Flip Flop: $Q(t+1) = T \oplus Q(t)$

D Flip-Flop	
D	Q(t+1)
0	0 Reset
1	1 Set

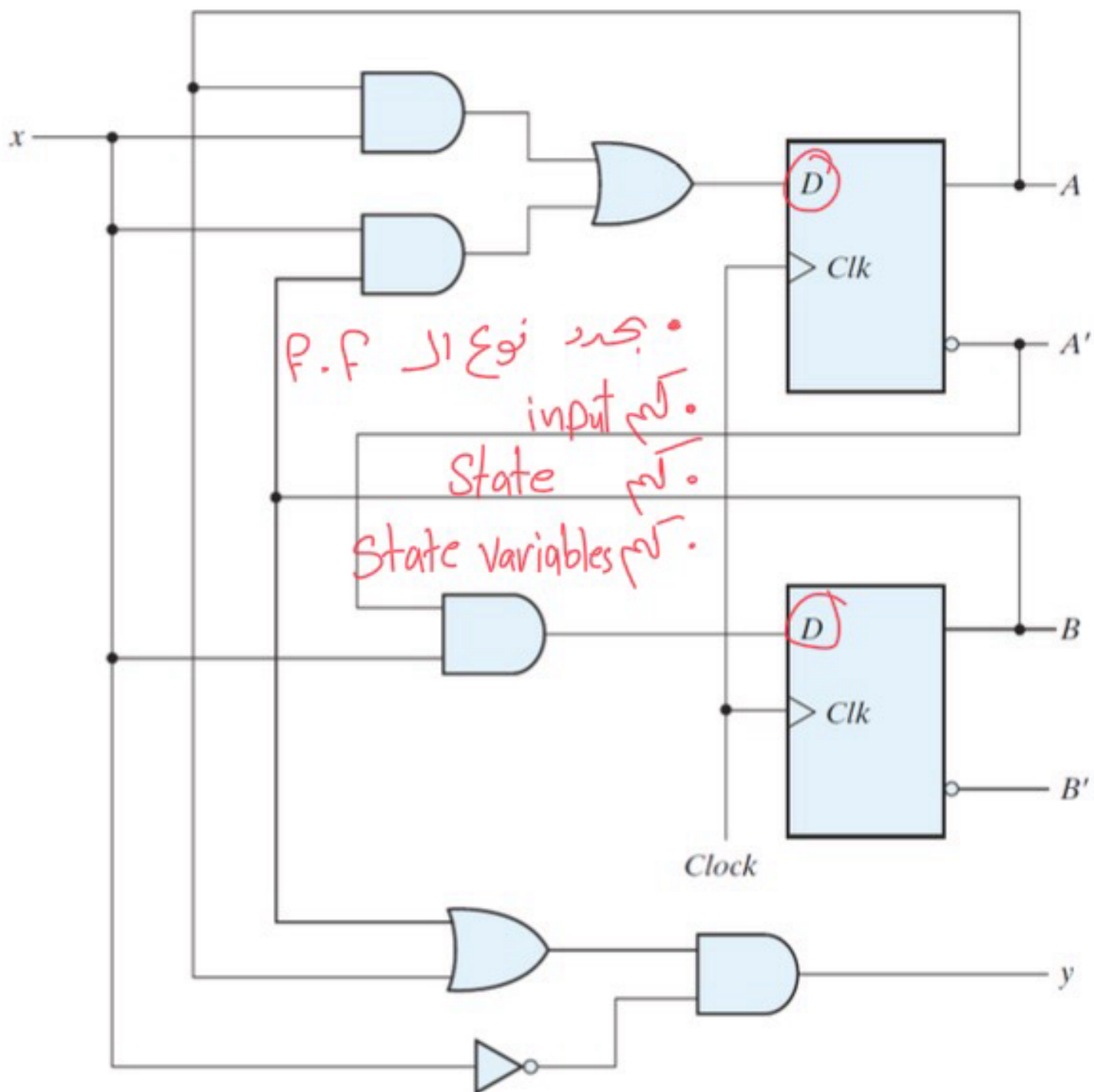
JK Flip-Flop	
J K	Q(t+1)
0 0	Q(t) No change
0 1	0 Reset
1 0	1 Set
1 1	Q'(t) Complement

T Flip-Flop	
T	Q(t+1)
0	Q(t) No change
1	Q'(t) Complement

- Analysis of clocked Sequential Circuits:
← السلسلة تكون موجودة ، بي أدخل لل State table

• خطوات الـ analysis :
 - inputs ← معادلة الـ
 - output ← معادلة الـ
 - next state ← معادلة الـ
 state table ←
 state diagram. ←

• Analysis Example:



- one input (x)
- 2 (D Flip Flops).
- 2 state variables. → State Variables = FF نفس عدد
- 4 possible states. → State = 2^n
- one output (y)

• باستخدام السلسلة وال Characteristic eq. \rightarrow next state input وال \rightarrow محادلات

$\emptyset + 0 = 0$
 $(00) + (00)$
 • $D_A = Ax + Bx$ (From the circuit) \rightarrow
 $D_B = A'x$ (From the circuit) \rightarrow
 $A=0, B=0, x=0$
 $A'(t+1) = D_A$ (From the characteristic equation).
 $B(t+1) = D_B$
 • $y = (A+B)x'$ (From the circuit).
 $(0+0) \cdot 1 = 0$

• State table using the equations:

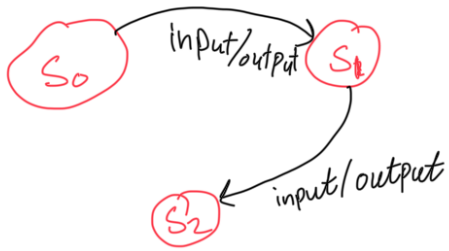
Present State		Input x	Next State		Output y
A	B		A	B	
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0

Another form of the state table

Present State		Next State				Output	
		x = 0		x = 1		x = 0	x = 1
A	B	A	B	A	B	y	y
0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0

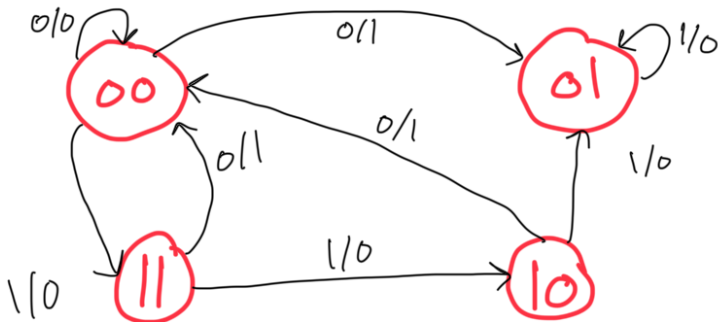
State diagram :

general form:



- كل دائرة يمثل State .
- سقم من الـ present state للـ next state
- على كل سقم input/output

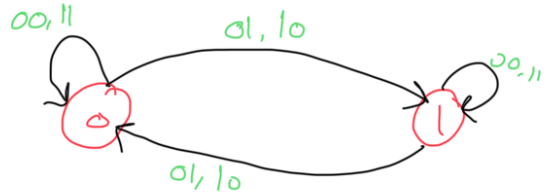
→ State diagram for the example:



- State diagram if there is no output:

← إذا الـاوتيون نفس الـ state ما يحل الاوتيون على diagram

present	inputs		next
A	x	y	A
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

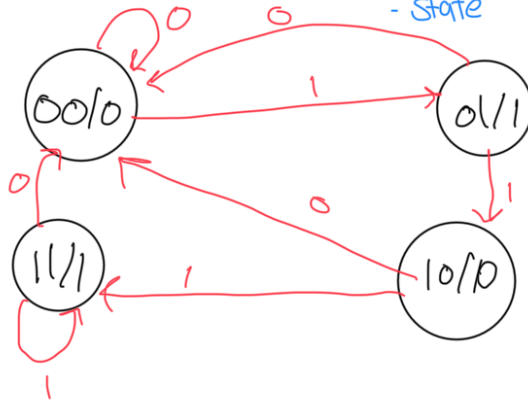


- mealy and moore sequential circuits:

→ **mealy machine**: output depends on present state and inputs.

→ **moore machine:** output depends on present state only.
 بشكل مباشر يعتمد على الـ p.s - state

• **State diagram for moore machine:**
 لأن الـ output يعتمد على الـ state بقدر أحط الـ output جوا
 الدائرة تبع الـ state



• State Reduction:

تقل عدد الـ States عشان
 أقل عدد الـ P.f أو عشان
 أبسط الـ Combinational circuit

→ Example:

Present	next		output	
	x=0	x=1	x=0	x=1
a	a	b	0	0
b	c	d	0	0
c	a	d	0	0
d	e	f	0	1
e	a	f	0	1
f	g	f	0	1
g	a	f	0	1

• From the table:

e and g have same output and state, so they are equivalent and I can replace e by g.

• **equivalent states** بدور على
 بعدها بقدر احذف وحدة منهن
 و أقل عدد الـ states.

• يكونوا equivalent اذا هم نفس
 الـ output ونفس الـ next state

مهم جداً:

→ same output and same $Q(t+1)$: **eq**
 → different output and $Q(t+1)$: **eq**
 → same output but different $Q(t+1)$:
 لغيرش أحكم لغاية ما تأكد من الـ state.

Present next output

• e, g equivalent بقدر أحزى وحدة منهم، بعدين يرجع أتأكد من باقي الجدول إذا لسا في استي eq. * يرجع بتأكد من باقي المهم تفتي الاوتوبون * عثمان أتدر أكتفم *

d = f قللت عدد الstates من 7 إلى 4
g = e

	X=0	X=1	X=0	X=1
a	a	b	0	0
b	c	d	0	0
c	a	d	0	0
d	g	f	0	1
e	a	f	0	1
f	g	f	0	1
g	a	f	0	1

• binary assignment :

بس أوصل للشكل النهائي لازم أسوي binary assignment للstates ، يعني بدل حروف أعطيهم binary code ، اختار bits نفس عدد ال f.f

State: binary assignment:

a	000	مهم جدي:
b	001	فنى استي لازم شوال code
c	010	إلى أعطيه لكل state ، بس
f	011	الأسهل أعطيهم binary حسب
g	100	الترتيب + المهم استخدم أقل

عدد ممكن من ال Bits .
لأنه عدد ال Bits ← هو عدد ال f.f إلى بي
استخدم في ال design

• State Reduction •

← طريقة ثانية للـ Reduction أي استخدم

Implication chart.

- ← ال state إلى متأكد انهم eq. (✓)
- ← إلى متأكد انهم مش eq. (x)
- ← إلى مش متأكد فخليهم فاضل.
- ← بس أخلص يرجع أتأكد من باقي كملوا.

b						
c	x	x				
d	x	x	x			
e	x	x	x	✓		
f			x	x	x	
g	x	x	x			x
	a	b	c	d	e	f

b≠c since outputs are not equivalent

d and e are the same

Present State	Next state		Output	
	X=0	X=1	X=0	X=1
a	d	b	0	0
b	e	a	0	0
c	g	f	0	1
d	a	d	1	0
e	a	d	1	0
f	c	b	0	0
g	a	e	1	0

	Present State	Next state		Output		
		X=0	X=1	X=0	X=1	
b	a, b					
	d, e					
c	X	x				
d	x	x	x			
e	x	x	x	✓		
f	c, d	c, e	x	x	x	
	b, b	a, b				
g	x	x	x	d, e	d, e	
					x	
	a	b	c	d	e	f
	a	d	b	0	0	
	b	e	a	0	0	
	c	g	f	0	1	
	d	a	d	1	0	
	e	a	d	1	0	
	f	c	b	0	0	
	g	a	e	1	0	

• Sequential Circuit design:

- خطوات ال design :
 - ← من الوصف بعمل State diag ثم State table
 - ← حدد نوع ال Flip-flop وحدة
 - ← من ال excitation بعمل معادلات لكل Flip Flop input
 - ← circuit

• Flip flop Excitation Tables :

- ال excitation على ال characteristic
 - ← يكون عارف ال present state وال next State بس بس
 - أجب ال flip flop input

Present State	Next State	F.F. Input
$Q(t)$	$Q(t+1)$	D
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Present State	Next State	F.F. Input	
$Q(t)$	$Q(t+1)$	J	K
0	0	0	x
0	1	1	x
1	0	x	1
1	1	x	0

0 0	(No change)
0 1	(Reset)
1 0	(Set)
1 1	(Toggle)
0 1	(Reset)
1 1	(Toggle)
0 0	(No change)
1 0	(Set)

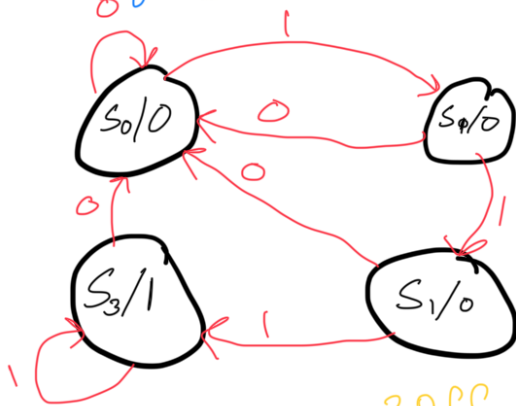
$Q(t)$	$Q(t+1)$	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

• Design Example:

→ Detect 3 or more consecutive 1's using D Flip Flop.

إذا دخل inputs 3 واحدات و إذا بعض
أو أكثر الـ 0 يتبعون بدء يكون 1

• State diagram.



كل مرة يبي 1 جدي أروح حال next state
إذا اجاب input 0 يرجع لـ State 0

• Binary assignment:

State	A	B
S ₀	0	0
S ₁	0	1
S ₂	1	0
S ₃	1	1

2D FF يعني ج' س' ف = BH

• State Table:

Present		input	next		output
A	B	X	A	B	Y
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1

D _A	D _B
0	0
0	1
0	0
1	0
0	0
1	1
0	0
1	1

بصيف 2 columns

للأنتركتس يتبعون

الـ f.f

والقيم من

الـ excitation

table.

في D. ff

القيم تكون نفس

الـ next state

K map for D_A

A \ B	0	1
0	0	0
1	0	1

K map for D_B

A \ B	0	1
0	0	1
1	0	1

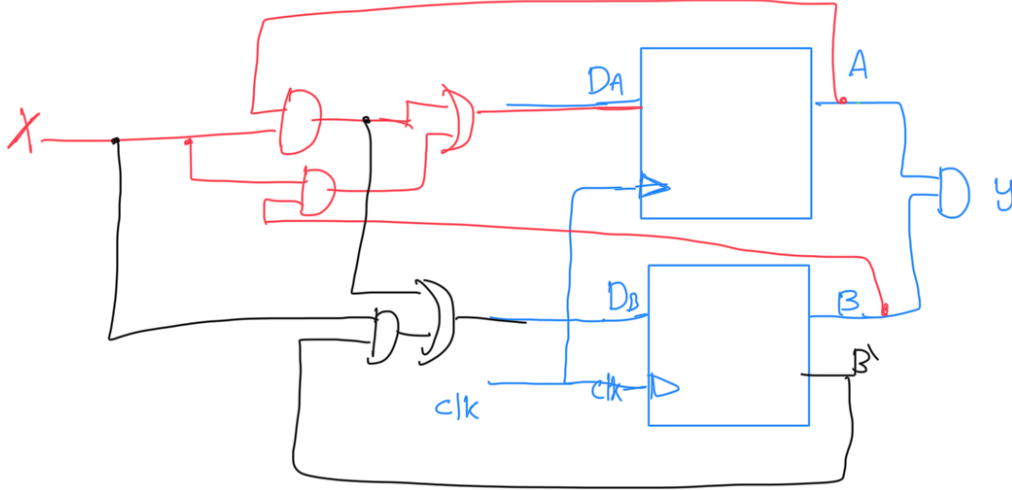
• K maps للـ قيم

$$W4 = Ax + Bx$$

$$D_B = Ax + B'x$$

$$y = AB \text{ (from the table).}$$

• The circuit:



ملاحظة مهمة جداً :

كل الامثلة نفس طريقة الحل ونفس الخطوات، بتقبل الفكرة، أي أفهم المطلوب، صممت وأعمل diagram صحيح وباقي الخطوات نتبعه عليه.

- State diagram
- binary assignment
- State table
- equations for f.f inputs, and for the output.
- circuit

• Dealing with unused states:

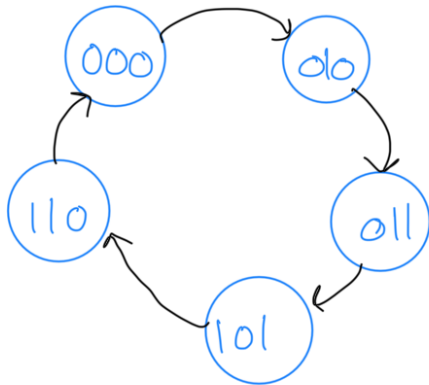
← إذا كان عندي states مش مستخدمة في البركة تبقي بتبي أعرف احذر إذا وصلت لها فسوف بها تكون ان next state

• Example:

design repeats 5 states in sequence: "using d f f")
000, 010, 011, 101, 110, 000 (0, 1, 3, 5, 6, 0)

في ال Sequence فنس (1,4,7) لا يقسم ال diagram
 في ال Table يجب ال next State ← don't care

State diagram

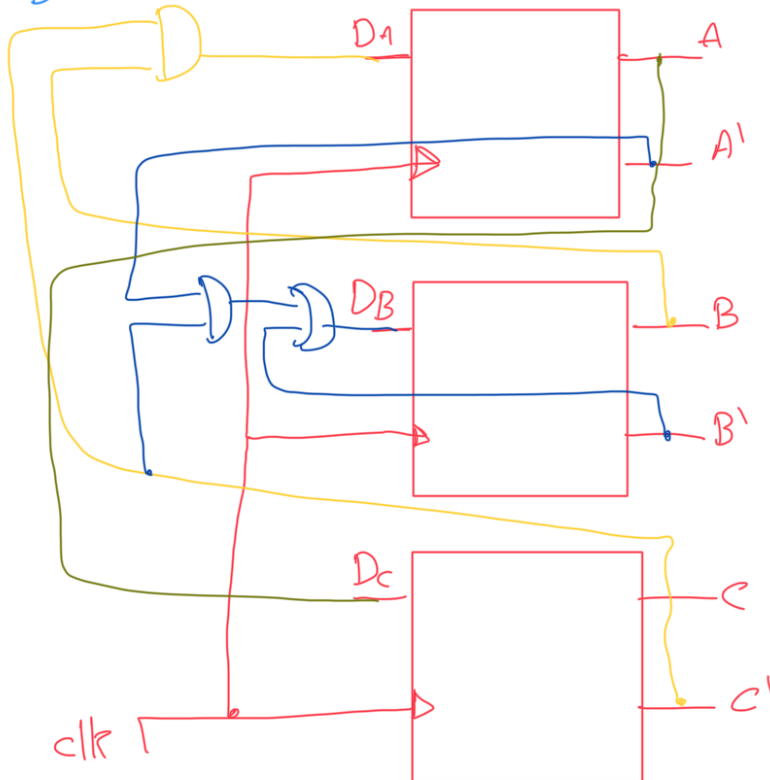


next State Functions
 using k maps:

$$C+ = A$$

$$A+ = BC'$$

$$B+ = B' + A'C'$$



بعد اليركت
 يرجع بحل diagram
 و Table عشان أعرف
 اذا صار عندي error
 شو رح يكون ال next
 state حسب المعادلات

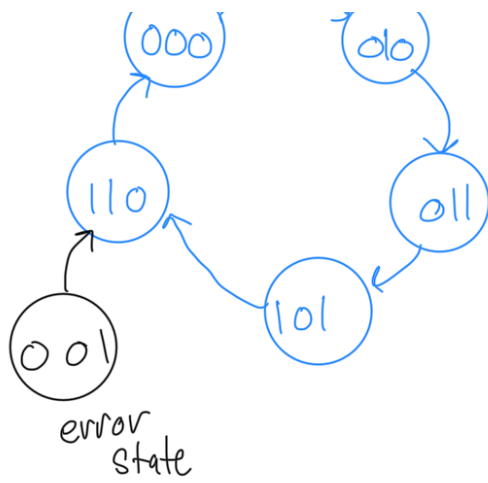


State table:

A	B	C	A+	B+	C+
0	0	0	0	1	0
0	0	1	X	X	X
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	X	X	X
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	X	X	X

State table:

A	B	C	A+	B+	C+
0	0	0	0	1	0



0	1	2	0	1	2
0	0	0	1	1	0
0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0